



## Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation  
en mathématiques et en informatique,  
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

# Concours Cayley (10<sup>e</sup> année – Sec. IV)

le mercredi 18 février 2009

Avec la contribution de:



Avec la participation de:



LA PARFAITE ALLIANCE COMMUNAUTAIRE<sup>MC</sup>

**Samson Béclair  
Deloitte  
& Touche**  
Comptables  
agrés



**Durée:** 60 minutes      ©2008 Centre d'éducation en mathématiques et en informatique

**L'usage de la calculatrice est permis.**

### Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur gauche de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.  
Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.  
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Le nom de quelques-uns des candidats ayant obtenu les meilleurs résultats sera publié sur notre site web à <http://www.cemc.uwaterloo.ca>.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

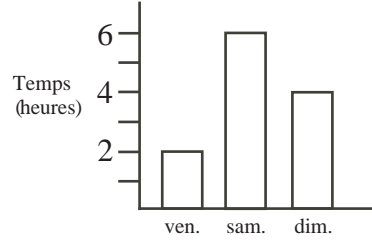
### Partie A (5 points par bonne réponse)

1. Quelle est la valeur de  $\frac{10^2 - 10}{9}$  ?

- (A) 10            (B) 1            (C) 7            (D) 2009            (E) 11

2.. Le diagramme ci-contre présente le nombre d'heures pendant lesquelles Deepit a travaillé en fin de semaine. Pendant combien d'heures a-t-il travaillé, en tout, samedi et dimanche ?

- (A) 2            (B) 4            (C) 6  
(D) 8            (E) 10



3. Si  $3(-2) = \nabla + 2$ , alors  $\nabla$  est égal à :

- (A) -2            (B) 0            (C) -8            (D) -6            (E) -4

4. Si  $\sqrt{5 + n} = 7$ , alors  $n$  est égal à :

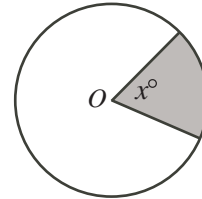
- (A) 4            (B) 9            (C) 24            (D) 44            (E) 74

5. Quelle est la valeur de  $3^2 + 4^2 + 12^2$  ?

- (A)  $13^2$             (B)  $19^2$             (C)  $17^2$             (D)  $15^2$             (E)  $11^2$

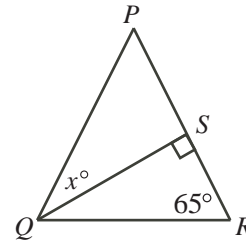
6. Le cercle ci-contre a pour centre  $O$ . L'aire de la région ombrée est égale à 20% de l'aire du cercle. Quelle est la valeur de  $x$  ?

- (A) 18            (B) 45            (C) 60  
(D) 72            (E) 90



7. Dans la figure ci-contre,  $PQ = PR$  et  $\angle QRP = 65^\circ$ . Quelle est la valeur de  $x$  ?

- (A) 45            (B) 30            (C) 50  
(D) 60            (E) 40



8. Lorsqu'on multiplie trois entiers consécutifs strictement positifs, la réponse est toujours :

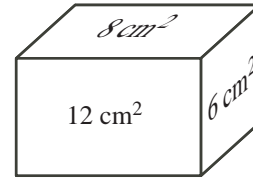
- (A) impaire            (B) un multiple de 6            (C) un multiple de 12  
(D) un multiple de 4            (E) un multiple de 5

9. Francis passe  $\frac{1}{3}$  de la journée à dormir,  $\frac{1}{4}$  de la journée à étudier et  $\frac{1}{8}$  de la journée à manger. Combien d'heures lui reste-t-il dans la journée ?

- (A) 4            (B) 6            (C) 5            (D) 7            (E) 9

10. La face de devant d'un prisme droit à base rectangulaire a une aire de  $12 \text{ cm}^2$ , la face de côté a une aire de  $6 \text{ cm}^2$  et la face du dessus a une aire de  $8 \text{ cm}^2$ . Quel est le volume du prisme, en  $\text{cm}^3$  ?

- (A) 24            (B) 26            (C) 48  
(D) 72            (E) 52



**Partie B (6 points par bonne réponse)**

11. Gabrielle a une collection de 50 chansons qui ont chacune une durée de 3 minutes et de 50 chansons qui ont chacune une durée de 5 minutes. Quel est le nombre maximum de chansons de sa collection qu'elle peut jouer en 3 heures ?

- (A) 100            (B) 36            (C) 56            (D) 60            (E) 80

12. Dans le tableau ci-contre, on a inscrit une suite qui commence par 2 dans le coin supérieur gauche. Dans chaque rangée, le nombre d'une case est 3 de plus que le nombre à sa gauche. Le premier nombre d'une rangée est 3 de plus que le plus grand nombre de la rangée précédente. Lorsqu'on a rempli le tableau, quelle est la valeur de  $x$  ?

|    |    |    |    |    |     |
|----|----|----|----|----|-----|
| 2  | 5  | 8  | 11 | 14 | 17  |
| 20 | 23 | 26 | 29 | 32 | 35  |
| 38 |    |    |    |    |     |
|    |    |    |    |    |     |
|    |    |    |    |    |     |
|    |    |    |    |    | $x$ |

- (A) 101            (B) 104            (C) 107  
(D) 110            (E) 113

13. Pedro s'amuse à un jeu. Il a devant lui une rangée de 15 carreaux et au départ, une pièce de monnaie sur le carreau du milieu. Il jette ensuite un dé. Si le résultat est un nombre pair, la pièce est bougée vers la droite ce même nombre de carreaux ; si le résultat est un nombre impair, la pièce est bougée vers la gauche ce même nombre de carreaux. S'il obtient successivement les résultats 1, 2, 3, 4, 5 et 6, où se trouvera la pièce à la fin ?

- (A) Sur le carreau initial  
(B) 1 carreau à la droite du carreau initial  
(C) 2 carreaux à la droite du carreau initial  
(D) 2 carreaux à la gauche du carreau initial  
(E) 3 carreaux à la droite du carreau initial

14. Un entier supérieur à 2 qui n'est pas un nombre premier est appelé un nombre composé. Quel est le plus petit nombre premier qui est la somme de trois nombres composés *différents* ?

- (A) 11            (B) 13            (C) 17            (D) 19            (E) 23

15. Une liste de 5 entiers strictement positifs satisfait à toutes les conditions suivantes :

- le seul entier de la liste qui paraît plus d'une fois est le 8,
- la médiane de la liste est égale à 9, et
- la moyenne de la liste est égale à 10.

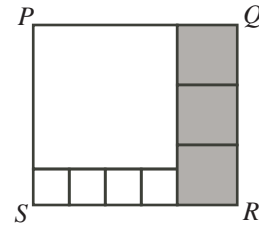
Quel est le plus grand entier possible qui pourrait paraître dans la liste ?

(Remarque : La médiane d'un ensemble de cinq entiers positifs est le nombre du milieu lorsque les nombres sont placés en ordre croissant.)

- (A) 15            (B) 16            (C) 17            (D) 24            (E) 25

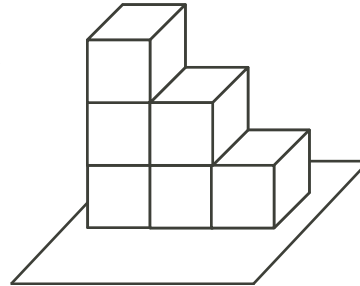
16. Dans la figure ci-contre, le rectangle  $PQRS$  a été divisé en huit carrés. Les côtés des carrés ombrés ont une longueur de 10. Quelle est la longueur d'un côté du plus grand carré?

(A) 18            (B) 24            (C) 16  
(D) 27            (E) 25



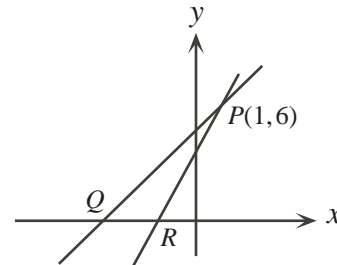
17. Six dés sont placés sur une table comme dans la figure ci-contre. Sur chaque dé, les nombres 1 et 6 sont sur des faces opposées; il en est de même de 2 et 5 et de 3 et 4. Quelle est la somme maximale des numéros sur les 21 faces visibles?

(A) 69            (B) 88            (C) 89  
(D) 91            (E) 96



18. Dans la figure ci-contre, une droite ayant une pente de 1 et une droite ayant une pente de 2 se coupent au point  $P(1,6)$ . Quelle est l'aire du triangle  $PQR$ ?

(A) 6            (B) 9            (C) 12  
(D) 15            (E) 18



19. Combien y a-t-il d'entiers  $n$  (où  $5000 \leq n \leq 6000$ ) dont le produit des chiffres est égal à 0?

(A) 332            (B) 270            (C) 301            (D) 272            (E) 299

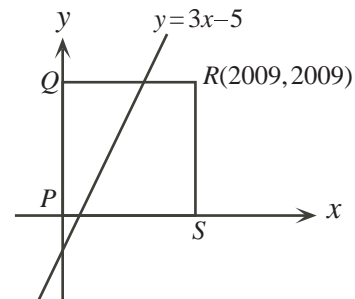
20. Lundi, Hana s'est rendue au travail en voiture à une vitesse de 70 km/h et elle est arrivée 1 minute en retard. Mardi, elle est partie à la même heure et elle a suivi le même chemin. Cette fois-ci, elle a conduit à une vitesse de 75 km/h et elle est arrivée 1 minute en avance. Quelle est la longueur du chemin qu'elle a suivi?

(A) 30 km            (B) 35 km            (C) 45 km            (D) 50 km            (E) 60 km

**Partie C (8 points par bonne réponse)**

21. Un *point de treillis* est un point dont les coordonnées sont des entiers. (Par exemple,  $(1,4)$  est un point de treillis, mais  $(\frac{3}{2}, 4)$  ne l'est pas.) Dans la figure ci-contre, la droite d'équation  $y = 3x - 5$  traverse le carré  $PQRS$ . Sachant que le point  $R$  a pour coordonnées  $(2009, 2009)$ , combien y a-t-il de points de treillis sur la droite à l'intérieur du carré?

(A) 666            (B) 667            (C) 668  
(D) 669            (E) 670



22. On considère trois nombres,  $a$ ,  $b$  et  $c$ , de manière que :

$$a + b = 3$$

$$ac + b = 18$$

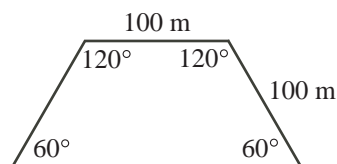
$$bc + a = 6$$

Quelle est la valeur de  $c$  ?

- (A) 2            (B) 11            (C) 3            (D) 6            (E) 7
23. Aglaé et Baruch partagent un terrain. L'aire de la portion d'Aglaé et l'aire de la portion de Baruch sont dans un rapport de 3 : 2. Chacun fait pousser du maïs et des pois sur sa portion de terrain. Le terrain au complet est recouvert de maïs et de pois dans un rapport de 7 : 3. La portion d'Aglaé est recouverte de maïs et de pois dans un rapport de 4 : 1. Quel est le rapport du maïs et des pois dans la portion de Baruch ?

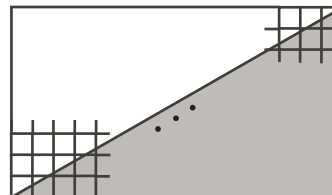
- (A) 11 : 9            (B) 2 : 3            (C) 3 : 2            (D) 3 : 7            (E) 1 : 4

24. La figure ci-contre représente un champ de blé de densité uniforme. Au moment de la récolte, le blé qui se trouve à n'importe quel point du champ est transporté au point le plus près sur le contour du champ. Quelle fraction de la récolte est transportée sur le côté le plus long du champ ?



- (A)  $\frac{1}{3}$             (B)  $\frac{5}{12}$             (C)  $\frac{1}{2}$   
 (D)  $\frac{2}{5}$             (E)  $\frac{4}{9}$

25. On utilise des carrés-unités pour construire un quadrillage ayant une largeur de  $m$  unités et une hauteur de  $n$  unités,  $m$  et  $n$  étant des entiers strictement positifs et  $2n < m < 3n$ . Dans la figure ci-contre, la région au-dessous d'une diagonale est ombrée. Pour certaines valeurs de  $m$  et de  $n$ , le quadrilatère contient un carré-unité qui n'est pas complètement ombré, mais dont la partie ombrée a une aire supérieure à 0,999. La plus petite valeur possible de  $mn$  pour laquelle ce résultat est vrai vérifie l'inéquation :



- (A)  $496 \leq mn \leq 500$   
 (B)  $501 \leq mn \leq 505$   
 (C)  $506 \leq mn \leq 510$   
 (D)  $511 \leq mn \leq 515$   
 (E)  $516 \leq mn \leq 520$



## Concours canadien de mathématiques



### *Pour les élèves...*

Merci d'avoir participé au concours Cayley de 2009!  
En 2008, plus de 83 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Galois qui aura lieu le 8 avril 2009.

Visitez notre site Web au [www.cemc.uwaterloo.ca](http://www.cemc.uwaterloo.ca) pour :

- plus d'information à propos du concours Galois;
- des copies gratuites des concours précédents;
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs;
- de l'information au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours;
- de l'information concernant les carrières en mathématiques.

### *Pour les enseignants...*

Visitez notre site Web au [www.cemc.uwaterloo.ca](http://www.cemc.uwaterloo.ca) pour :

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu le 8 avril 2009;
- vous renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles pour les enseignants;
- trouver les résultats de votre école.

