



Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation
en mathématiques et en informatique,
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

2000 Solutions

Concours Gauss

(7^e et 8^e années – Sec. I et II)

CONCOURS GAUSS 7^e

Partie A

1. La valeur de $987 + 113 - 1000$ est :
 (A) 90 (B) 10 (C) 110 (D) 2000 (E) 100

Solution

$$987 + 113 = 1100$$

$$1100 - 1000 = 100$$

RÉPONSE : (E)

2. L'expression $\frac{9}{10} + \frac{8}{100}$ est égale à :
 (A) 1,098 (B) 0,98 (C) 0,098 (D) 0,0908 (E) 9,8

Solution

Puisque $\frac{9}{10} = 0,9$ et $\frac{8}{100} = 0,08$, l'expression est égale à $0,9 + 0,08 = 0,98$.

RÉPONSE : (B)

3. L'entier le plus près de la valeur de $7 \times \frac{3}{4}$ est :
 (A) 21 (B) 9 (C) 6 (D) 5 (E) 1

Solution

$7 \times \frac{3}{4} = \frac{21}{4}$ ou $5\frac{1}{4}$. L'entier le plus près de $5\frac{1}{4}$ est 5.

RÉPONSE : (D)

4. L'expression $5^2 - 4^2 + 3^2$ est égale à :
 (A) 20 (B) 18 (C) 21 (D) 10 (E) 16

Solution

$$\begin{aligned} 5^2 - 4^2 + 3^2 &= 25 - 16 + 9 \\ &= 18 \end{aligned}$$

RÉPONSE : (B)

5. Lorsqu'on divise un nombre par 7, le quotient est 4 et le reste est 6. Quel est le nombre?
 (A) 17 (B) 168 (C) 34 (D) 31 (E) 46

Solution

Le nombre est $4 \times 7 + 6$, ou 34. On peut vérifier que si l'on divise 34 par 7, le quotient est 4 et le reste est 6.

RÉPONSE : (C)

6. Dans l'addition illustrée, on peut placer un chiffre dans chacune des deux cases. Il peut s'agir de deux chiffres différents ou identiques. Quelle est la somme de ces deux chiffres?

$$\begin{array}{r} 863 \\ \square 91 \\ 7\square 8 \\ \hline 2182 \end{array}$$

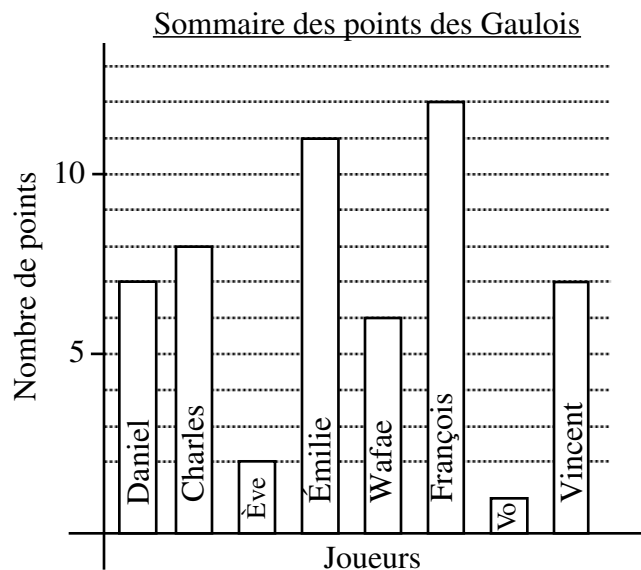
- (A) 9 (B) 11 (C) 13
 (D) 3 (E) 7

Solution

On additionne la colonne des unités pour obtenir $3+1+8=12$. On a donc 1 dizaine qui s'ajoute à la colonne des dizaines, puisque $12=1\times 10+2$. On additionne les dizaines pour obtenir $1+6+9+1=17$. La case contient donc un 7 et on a donc 1 centaine qui s'ajoute à la colonne des centaines. On additionne les centaines pour obtenir $1+8+1+7=17$. La case contient donc un 7. Les deux chiffres dans les cases sont 7 et 7 et leur somme est 14.

RÉPONSE : (E)

7. Le graphique représente le sommaire des points comptés par l'équipe des Gaulois dans leur dernière partie de basket-ball intra-muros. Le nombre total de points comptés par l'équipe est égal à :
- (A) 54 (B) 8 (C) 12
 (D) 58 (E) 46



Solution

Voici les points comptés par chacun : Daniel, 7; Charles, 8; Ève, 2; Émilie, 11; Wafae, 6; François, 12; Vo, 1; Vincent, 7.

Le nombre total de points est égal à $7+8+2+11+6+12+1+7$, ou 54.

RÉPONSE : (A)

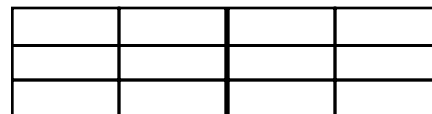
8. Si $\frac{1}{2}$ du nombre représenté par x est 32, quelle est la valeur de $2x$?
- (A) 128 (B) 64 (C) 32 (D) 256 (E) 16

Solution

Si $\frac{1}{2}$ du nombre représenté par x est 32, alors le nombre x est 2×32 , ou 64. Donc $2x$ est égal à 2×64 , ou 128.

RÉPONSE : (A)

9. Dans le diagramme, les 12 petits rectangles ont tous les mêmes dimensions. Vous devez noircir quelques-uns des rectangles au complet jusqu'à ce que $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ du diagramme soit noirci. Le nombre de rectangles qu'il faut noircir est :
- (A) 9 (B) 3 (C) 4
 (D) 6 (E) 8



Solution

Puisque $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$, ou $\frac{1}{2}$, le nombre de rectangles qu'il faut noircir est $\frac{1}{2}$ de 12, ou 6.

RÉPONSE : (D)

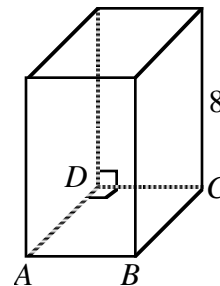
10. La somme de trois entiers consécutifs est égale à 90. Quel est le plus grand de ces entiers?
 (A) 28 (B) 29 (C) 31 (D) 32 (E) 21

Solution

Puisque les trois entiers sont consécutifs, le nombre du milieu est égal à la moyenne des trois nombres, soit $\frac{90}{3}$, ou 30. Les entiers sont 29, 30 et 31. Le plus grand est 31. RÉPONSE : (C)

Partie B

11. Le diagramme illustre un prisme droit dont la base $ABCD$ est carrée. Si le prisme a une hauteur de 8 unités et un volume de 288 unités cubes, quelle est la longueur d'un côté de la base?
 (A) 6 (B) 8 (C) 36
 (D) 10 (E) 12



Solution

Puisque le prisme a un volume de 288 unités cubes et puisque le volume est égal au produit (aire de la base) \times (hauteur), alors l'aire de la base est égale à $\frac{288}{8}$, ou 36 unités carrées. Puisque la base est carrée, son aire est obtenue en multipliant 6×6 . Les côtés de la base ont une longueur de 6 unités. RÉPONSE : (A)

12. Une recette exige 25 mL de beurre et 125 mL de sucre. Si on utilise 1000 mL de sucre, combien de beurre faut-il utiliser?
 (A) 100 mL (B) 500 mL (C) 200 mL (D) 3 litres (E) 400 mL

Solution

Si on utilise 1000 mL de sucre, c'est huit fois la quantité exigée par la recette. Il faut donc utiliser huit fois la quantité de beurre, soit 8×25 , ou 200 mL. RÉPONSE : (C)

13. Carl a vu son salaire réduit de 10 %. Plus tard, lors d'une promotion, son salaire a augmenté de 10 %. Au départ, son salaire était de 20 000 \$. Quel est son salaire actuel?
 (A) 16 200 \$ (B) 19 800 \$ (C) 20 000 \$ (D) 20 500 \$ (E) 24 000 \$

Solution

Puisque Carl a vu son salaire réduit de 10 %, son salaire réduit était égal à $(0,90) \times (20\,000)$, ou 18 000 \$. Lors de la promotion, son salaire a augmenté de 10 %. Son salaire actuel est donc égal à $(1,10) \times (18\,000)$, ou 19 800 \$. RÉPONSE : (B)

14. Un rectangle a une aire de 12 mètres carrés. Les longueurs de ses côtés, en mètres, sont des nombres entiers. Le plus grand périmètre possible, en mètres, est égal à :
 (A) 14 (B) 16 (C) 12 (D) 24 (E) 26

Solution

Puisque le rectangle a une aire de 12 mètres carrés et puisque les longueurs des côtés sont des entiers, voici les seules possibilités. Le périmètre est donné pour chaque cas.

largeur	longueur	périmètre
1	12	26
2	6	16
3	4	14

Le plus grand périmètre possible est égal à 26 m.

RÉPONSE : (E)

15. Dans ce carré magique, les nombres dans chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale ont une somme de 12. Quelle est la somme des nombres dans les quatre coins?
 (A) 14 (B) 15 (C) 16
 (D) 17 (E) 12

		4
	4	
	3	

Solution

Le diagramme indique les nombres des quatre coins, ainsi que l'ordre dans lequel on les obtient. Leur somme est égale à 16.

(Il est possible de trouver ces nombres en procédant d'une autre façon. Par exemple, on peut commencer en complétant la colonne du milieu.)

		4
3	4	
4	3	5

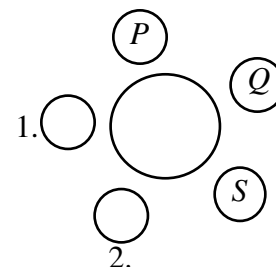
③
↓
①
↑
②

RÉPONSE : (C)

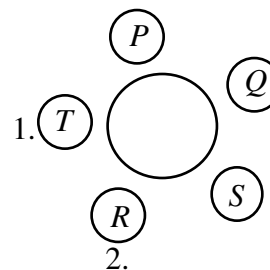
16. Paul, Quan, Rachel, Sylvie et Tony sont assis autour d'une table. Quan est assis entre Paul et Sylvie. Tony n'est pas à côté de Sylvie. Qui sont assis aux côtés de Tony?
 (A) Paul et Rachel (B) Quan et Rachel (C) Paul et Quan
 (D) Sylvie et Quan (E) Impossible de conclure

Solution

Puisque Quan est assis entre Paul et Sylvie, les trois sont assis comme dans le diagramme ci-contre.



Puisque Tony n'est pas assis à côté de Sylvie, il doit être assis à l'endroit numéro 1 et Rachel doit être assise à l'endroit numéro 2.

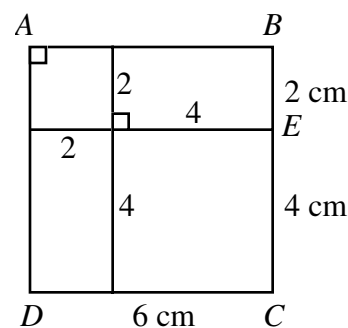


Selon le diagramme, Tony est assis entre Paul et Rachel. RÉPONSE : (A)

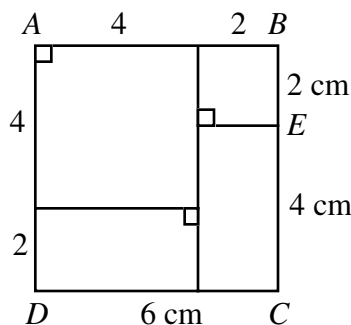
17. Le carré $ABCD$ est formé de deux rectangles identiques et de deux carrés dont les aires égalent 4 cm^2 et 16 cm^2 . Quelle est l'aire du carré $ABCD$, en centimètres carrés?
 (A) 64 (B) 49 (C) 25 (D) 36 (E) 20

Solution

Le diagramme indique une façon de dessiner le carré $ABCD$. Le petit carré a des côtés de 2 cm et le grand carré a des côtés de 4 cm. Le carré $ABCD$ a alors des côtés de 6 cm et une aire de 36 cm^2 .



On peut aussi dessiner le carré $ABCD$ comme dans le diagramme ci-contre.



RÉPONSE : (D)

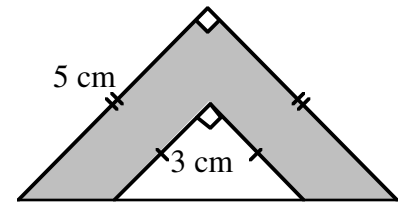
18. Le mois d'avril 2000 compte cinq dimanches. Trois de ces dimanches tombent des jours du mois qui sont des nombres pairs. Le huitième jour de ce mois est un :
 (A) samedi (B) dimanche (C) lundi (D) mardi (E) vendredi

Solution

Puisque trois des dimanches tombent un jour pair et que deux d'entre eux tombent un jour impair, le premier dimanche du mois doit tomber un jour pair. Il est impossible que le premier dimanche soit le 4 avril, car le cinquième dimanche serait alors le 32^e jour du mois. Le premier dimanche est donc le 2 avril. Les autres dimanches sont les 9, 16, 23 et 30 avril. Le 8 avril est un samedi.

RÉPONSE : (A)

19. Le diagramme est formé de deux triangles rectangles isocèles dont les longueurs de certains côtés sont indiquées. Quelle est l'aire de la partie ombrée?
- (A) $4,5 \text{ cm}^2$ (B) 8 cm^2 (C) $12,5 \text{ cm}^2$
 (D) 16 cm^2 (E) 17 cm^2



Solution

L'aire du grand triangle est égale à $\frac{1}{2}(5)(5)$, ou $12,5 \text{ cm}^2$.

L'aire du petit triangle est égale à $\frac{1}{2}(3)(3)$, ou $4,5 \text{ cm}^2$.

L'aire de la partie ombrée est égale à : $12,5 - 4,5$
 $= 8 \text{ cm}^2$

RÉPONSE : (B)

20. Un boucher malhonnête annonçait une viande à $3,79 \text{ \$/kg}$, alors qu'il la vendait $4,00 \text{ \$/kg}$. Il a vendu 1800 kg de cette viande avant d'être dénoncé. Il a payé une amende de $500 \text{ \$}$. Quel est son gain total ou sa perte totale en comparaison avec ce qu'il aurait fait s'il n'avait pas triché?
- (A) perte de $478 \text{ \$}$ (B) perte de $122 \text{ \$}$ (C) ni gain, ni perte
 (D) gain de $122 \text{ \$}$ (E) gain de $478 \text{ \$}$

Solution

Le boucher a gagné $0,21 \text{ \$}$ pour chaque kilogramme de viande vendue, pour un total de $0,21 \times 1800$, ou $378,00 \text{ \$}$.

Après avoir payé l'amende, il subit une perte de $500 \text{ \$} - 378 \text{ \$}$, ou $122 \text{ \$}$.

RÉPONSE : (B)

Partie C

21. Dans un concours de lancers de basket-ball, chaque personne doit lancer dix ballons numérotés de 1 à 10. Le nombre de points gagnés pour un lancer réussi correspond au numéro inscrit sur le ballon. Si un joueur rate exactement deux lancers, lequel des pointages suivants n'est pas possible?
- (A) 52 (B) 44 (C) 41 (D) 38 (E) 35

Solution

Si tous les lancers sont réussis, le pointage est égal à 55.

Si on rate les ballons numéros 1 et 2, on obtient 52 points.

Si on rate les ballons numéros 9 et 10, on obtient 36 points.

Il est donc impossible d'obtenir moins de 36 points en ratant deux ballons. Il est donc impossible d'obtenir 35 points.

(Il est possible d'obtenir n'importe quel total de 36 à 52 points.)

RÉPONSE : (E)

22. Samuel marche en ligne droite vers un poteau de 8 m au sommet duquel il y a une lampe. Lorsqu'il arrive à 12 m du poteau, son ombre a une longueur de 4 m . Quelle est la longueur de son ombre lorsqu'il est à 8 m du poteau?

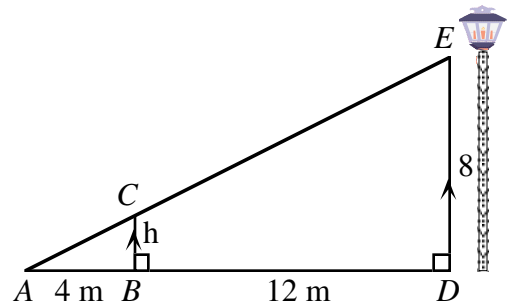
- (A) $1\frac{1}{2}$ m (B) 2 m (C) $2\frac{1}{2}$ m (D) $2\frac{2}{3}$ m (E) 3 m

Solution

Le diagramme indique la position de Samuel lorsqu'il est à 12 m du poteau.

Puisque les triangles ABC et ADE sont semblables, les longueurs des côtés correspondants sont proportionnelles.

On a donc $\frac{h}{4} = \frac{8}{16}$, d'où $h = 2$.



Le diagramme ci-contre indique la position de Samuel lorsqu'il est à 8 m du poteau. La longueur de son ombre est représentée par L .

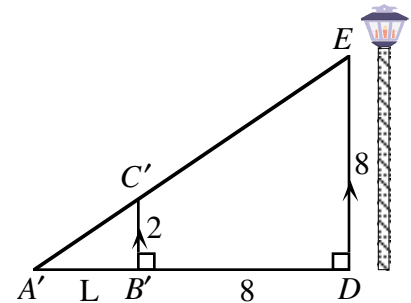
Puisque les deux triangles sont semblables, on a $\frac{L}{2} = \frac{L+8}{8}$.

Cette équation devient $\frac{4L}{8} = \frac{L+8}{8}$ si on choisit un dénominateur commun.

Donc : $4L = L + 8$

$$3L = 8$$

$$L = 2\frac{2}{3} \text{ m}$$



RÉPONSE : (D)

23. Un ensemble de carrés, placés en ordre du plus petit au plus grand, a une aire totale de 35 km^2 . Le plus petit carré a des côtés de 500 m. La longueur des côtés des carrés suivants augmente de 500 m à chaque fois. Quel est le nombre total de carrés?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Solution

On complète le tableau suivant, une rangée à la fois, jusqu'à ce que l'on obtienne 35 km^2 dans la dernière colonne.

Numéro du carré	Longueur du carré (km)	Aire du carré (km^2)	Somme cumulée des aires (km^2)
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
2	1	1	$1\frac{1}{4}$
3	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{2}$
4	2	4	$7\frac{1}{2}$
5	$\frac{5}{2}$	$\frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$	$13\frac{3}{4}$
6	3	9	$22\frac{3}{4}$

7

$\frac{7}{2}$

$\frac{49}{4} = 12\frac{1}{4}$

35

Il y a sept carrés.

RÉPONSE : (C)

24. Le diagramme illustre douze points inscrits sur une grille rectangulaire. Combien de carrés peut-on former en joignant quatre de ces points?

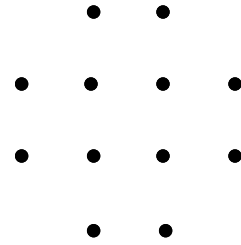
(A) 6

(B) 7

(C) 9

(D) 11

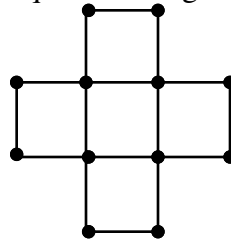
(E) 13



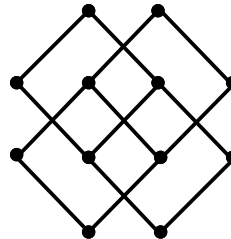
Solution

On peut former 11 carrés en tout, comme l'indiquent les diagrammes suivants.

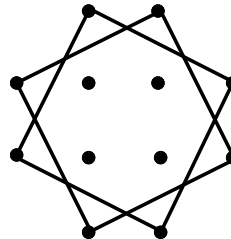
5 petits carrés :



4 carrés de grandeur moyenne :



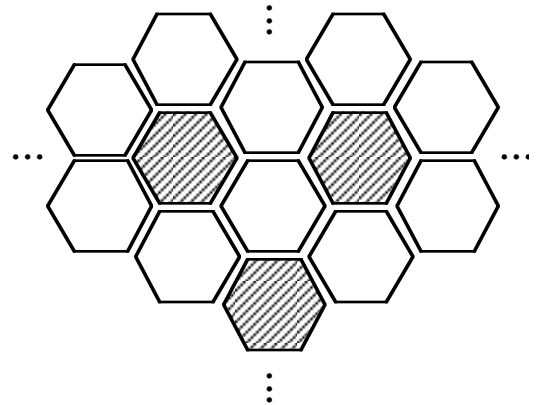
2 grands carrés :



RÉPONSE : (D)

25. Le diagramme illustre une partie d'une surface carrée qui a été carrelée d'hexagones réguliers. Les hexagones sont blancs ou bleus. Chaque hexagone bleu est entouré de 6 hexagones blancs, tandis que chaque hexagone blanc est entouré de 3 hexagones bleus et 3 hexagones blancs. Si on ignore les hexagones incomplets, la meilleure approximation du rapport du nombre d'hexagones bleus au nombre d'hexagones blancs contenus dans la surface carrée est :

- (A) 1:6 (B) 2:3 (C) 3:10
 (D) 1:4 (E) 1:2



Solution

On considère d'abord une configuration de sept hexagones, formée d'un hexagone bleu entouré de six hexagones blancs. Il semble alors qu'il y a six fois plus d'hexagones blancs que d'hexagones bleus. Or chaque hexagone blanc est adjacent à trois hexagones bleus. Chaque hexagone blanc fait donc partie de trois configurations différentes de sept hexagones. Le nombre d'hexagones blancs est donc égal à six fois le nombre d'hexagones bleus, divisé par trois, c'est-à-dire deux fois le nombre d'hexagones bleus. Le rapport du nombre d'hexagones bleus au nombre d'hexagones blancs est donc égal à 1:2. RÉPONSE : (E)

Concours Gauss 8^e

Partie A

1. La valeur de $2^5 + 5$ est :

(A) 20 (B) 37 (C) 11 (D) 13 (E) 21

Solution

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 5 = 37$$

RÉPONSE : (B)

2. On place un nombre dans la case pour que l'égalité soit vraie : $8 + \frac{7}{\square} + \frac{3}{1000} = 8,073$

Quel nombre a-t-on placé?

(A) 1000 (B) 100 (C) 1 (D) 10 (E) 70

Solution

Puisque $8,073 = 8 + \frac{0}{10} + \frac{7}{100} + \frac{3}{1000}$, le nombre est 100.

RÉPONSE : (B)

3. La valeur de $\frac{5+4-3}{5+4+3}$ est :

(A) -1 (B) $\frac{1}{3}$ (C) 2 (D) $\frac{1}{2}$ (E) $-\frac{1}{2}$

Solution

$$\frac{5+4-3}{5+4+3} = \frac{6}{12} \text{ ou } \frac{1}{2}$$

RÉPONSE : (D)

4. Dans l'addition illustrée, on peut placer un chiffre dans chacune des deux cases. Il peut s'agir de deux chiffres différents ou identiques. Quelle est la somme de ces deux chiffres?

$$\begin{array}{r} 863 \\ \square 91 \\ 7\square 8 \\ \hline 2182 \end{array}$$

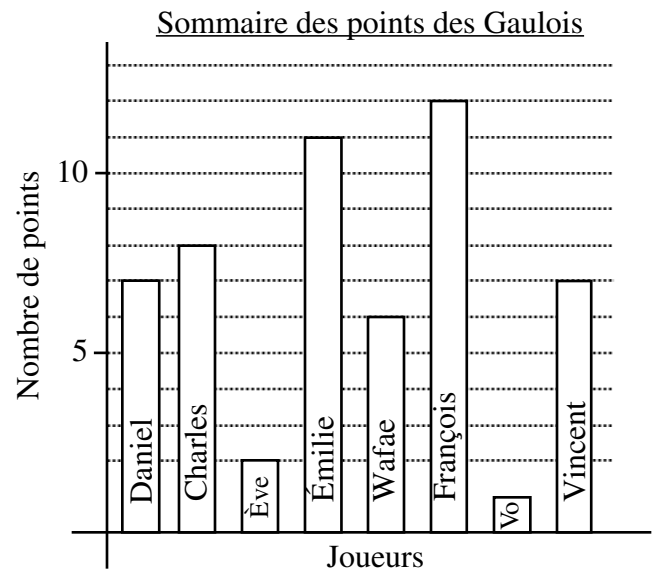
(A) 9 (B) 11 (C) 13
(D) 3 (E) 7

Solution

On additionne la colonne des unités pour obtenir $3+1+8=12$. On a donc 1 dizaine qui s'ajoute à la colonne des dizaines, puisque $12=1 \times 10+2$. On additionne les dizaines pour obtenir $1+6+9+\mathbf{0}=18$. La case contient donc un 2 et on a donc 1 centaine qui s'ajoute à la colonne des centaines. On additionne les centaines pour obtenir $1+8+\mathbf{0}+7=21$. La case contient donc un 5. Les deux chiffres dans les cases sont 2 et 5 et leur somme est 7.

RÉPONSE : (E)

5. Le graphique représente le sommaire des points comptés par l'équipe des Gaulois dans leur dernière partie de basket-ball intra-muros. Le nombre total de points comptés par l'équipe est égal à :
- (A) 54 (B) 8 (C) 12
 (D) 58 (E) 46



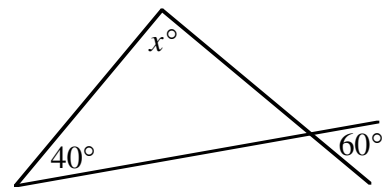
Solution

Voici les points comptés par chacun : Daniel, 7; Charles, 8; Ève, 2; Émilie, 11; Wafae, 6; François, 12; Vo, 1; Vincent, 7.

Le nombre total de points est égal à $7 + 8 + 2 + 11 + 6 + 12 + 1 + 7$, ou 54.

RÉPONSE : (A)

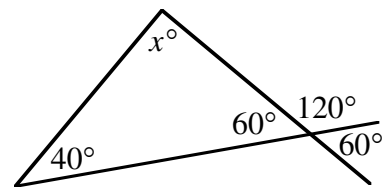
6. Quelle est la valeur de x dans le diagramme?
- (A) 20 (B) 80 (C) 100
 (D) 120 (E) 60



Solution

Le supplément de l'angle de 60° mesure 120° et l'angle opposé par le sommet mesure 60° , comme l'indique le diagramme.

Puisque la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° , on a $x^\circ + 40^\circ + 60^\circ = 180^\circ$, d'où $x = 80$.



RÉPONSE : (B)

7. La bourse de Toronto a enregistré les changements suivants pendant la semaine.
- | | |
|----------|------|
| Lundi | -150 |
| Mardi | +106 |
| Mercredi | -47 |
| Jeudi | +182 |
| Vendredi | -210 |

Quel est le changement net pour la semaine?

- (A) baisse de 119 (B) hausse de 119 (C) hausse de 91
 (D) baisse de 91 (E) hausse de 695

Solution

$$-150 + 106 - 47 + 182 - 210 = -119$$

Le changement net pour la semaine est donc une baisse de 119 points.

RÉPONSE : (A)

8. Si $x * y = x + y^2$, alors $2 * 3$ est égal à :

(A) 8 (B) 25 (C) 11 (D) 13 (E) 7

Solution

$$2 * 3^2 = 2 + 3^2 \text{ ou } 11$$

RÉPONSE : (C)

9. Combien des cinq énoncés suivants sont justes?

i) (20 % de 40) = 8 ii) $2^3 = 8$ iii) $7 - 3 \times 2 = 8$ iv) $3^2 - 1^2 = 8$ v) $2(6 - 4)^2 = 8$
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Solution

i) Vrai : (20 % de 40) est égal à $\frac{1}{5}$ de 40, ou 8.

ii) Vrai : 2^3 est égal à $2 \times 2 \times 2$, ou 8.

iii) Faux : $7 - 3 \times 2$ est égal à $7 - 6$, ou 1.

iv) Vrai : $3^2 - 1^2$ est égal à $9 - 1$, ou 8.

v) Vrai : $2(6 - 4)^2$ est égal à $2(2)^2$, ou 8.

Quatre des énoncés sont justes.

RÉPONSE : (D)

10. Carl a vu son salaire réduit de 10 %. Plus tard, lors d'une promotion, son salaire a augmenté de 10 %. Au départ, son salaire était de 20 000 \$. Quel est son salaire actuel?

(A) 16 200 \$ (B) 19 800 \$ (C) 20 000 \$ (D) 20 500 \$ (E) 24 000 \$

Solution

Puisque Carl a vu son salaire réduit de 10 %, son salaire réduit était égal à $(0,90) \times (20\,000)$, ou 18 000 \$. Lors de la promotion, son salaire a augmenté de 10 %. Son salaire actuel est donc égal à $(1,10) \times (18\,000)$, ou 19 800 \$.

RÉPONSE : (B)

Partie B

11. On veut recouvrir de pierres de patio un jardin de forme rectangulaire mesurant 15 m sur 2 m. Si chaque pierre de patio mesure 0,5 m sur 0,5 m, combien en faudra-t-il pour recouvrir le jardin?

(A) 240 (B) 180 (C) 120 (D) 60 (E) 30

Solution

Le jardin a une aire de 30 m².

Chaque pierre de patio a une aire de $(0,5) \times (0,5)$, ou 0,25 m².

Il faut donc 4 pierres pour recouvrir chaque mètre carré.

Il faudra donc 4×30 , ou 120 pierres pour recouvrir le jardin.

RÉPONSE : (C)

12. On additionne les nombres premiers entre 10 et 20 pour obtenir le nombre Q . Quel est le plus grand diviseur premier du nombre Q ?
- (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 11

Solution

Les nombres premiers entre 10 et 20 sont 11, 13, 17 et 19.

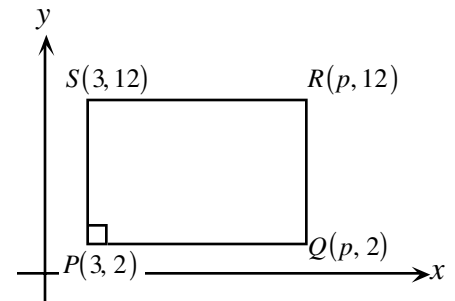
Donc $Q = 11 + 13 + 17 + 19$, ou 60.

En factorisation première, $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$.

Le plus grand diviseur premier du nombre Q est donc 5.

RÉPONSE : (C)

13. Les coordonnées des sommets du rectangle $PQRS$ sont indiquées dans le diagramme. Le rectangle $PQRS$ a une aire de 120. La valeur de p est :
- (A) 10 (B) 12 (C) 13
(D) 14 (E) 15



Solution 1

On voit que le rectangle a une hauteur égale à $12 - 2$, ou 10 unités.

Puisque le rectangle a une aire de 120, il doit avoir une base de 12 unités, car $12 \times 10 = 120$.

Donc p est égal à $3 + 12$, ou 15.

Solution 2

La hauteur du rectangle est égale à 10 unités et la base est égale à $(p - 2)$ unités.

Donc $10(p - 2) = 120$.

$$p - 2 = 12$$

$$p = 14$$

RÉPONSE : (E)

14. Un ensemble de cinq entiers strictement positifs différents a une moyenne de 11. Quel est le plus grand nombre possible dans cet ensemble?
- (A) 45 (B) 40 (C) 35 (D) 44 (E) 46

Solution

Puisque la moyenne des cinq entiers est égale à 11, leur somme est égale à 5×11 , ou 55. Les quatre plus petits entiers possibles sont 1, 2, 3 et 4. Le plus grand nombre possible est donc égal à $55 - (1 + 2 + 3 + 4)$, ou 45.

RÉPONSE : (A)

15. Le carré $ABCD$ est formé de deux rectangles identiques et de deux carrés dont les aires égalent 4 cm^2 et 16 cm^2 . Quelle est l'aire du carré $ABCD$, en centimètres carrés?
- (A) 64 (B) 49 (C) 25 (D) 36 (E) 20

Solution

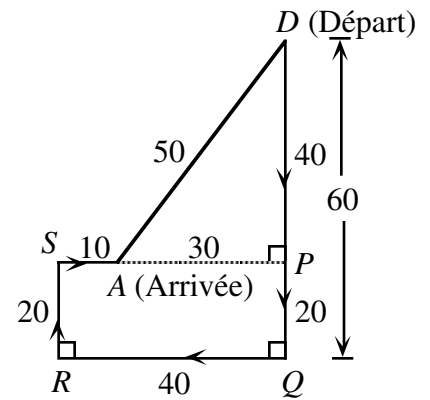
D'après le diagramme, on voit que le point d'arrivée *A* est situé à 40 km au sud et 30 km à l'ouest du point de départ *D*.

D'après le théorème de Pythagore, $AD^2 = 30^2 + 40^2$.

$$AD^2 = 2500$$

$$AD = 50$$

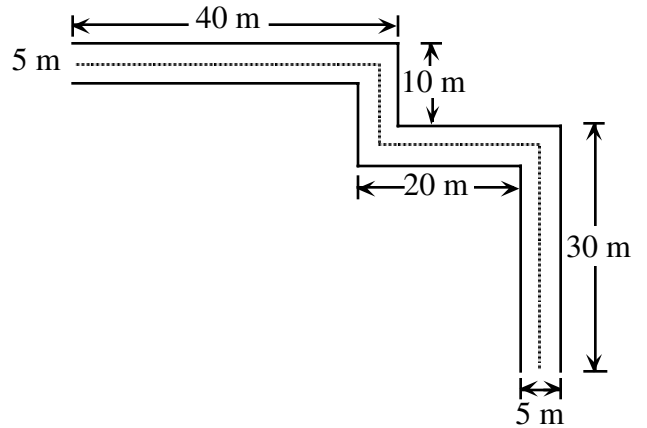
Il y a une distance de 50 km entre son point de départ et son point d'arrivée.



RÉPONSE : (B)

19. Un sentier pour vélos a une largeur de 5 m. Une ligne jaune est peinte au milieu du sentier. Si les côtés du sentier ont des longueurs de 40 m, 10 m, 20 m et 30 m, comme dans le diagramme, quelle est la longueur de la ligne jaune?

- (A) 100 m (B) 97,5 m (C) 95 m
 (D) 92,5 m (E) 90 m



Solution

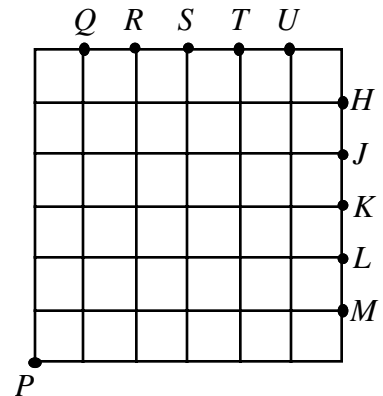
Puisque le sentier a une largeur de 5 m, la ligne du milieu est située à 2,5 m de sa bordure.

La longueur de la ligne jaune est égale à : $37,5 + 10 + 20 + 27,5 = 95$ m.

RÉPONSE : (C)

20. Le diagramme illustre un quadrillage 6 sur 6. À partir du point *P*, on trace deux lignes droites de manière à diviser le quadrillage en trois régions d'aires égales. Ces droites passeront par les points respectifs :

- (A) *M* et *Q* (B) *L* et *R* (C) *K* et *S*
 (D) *H* et *U* (E) *J* et *T*



Solution

Soit les points A et B indiqués dans le diagramme.

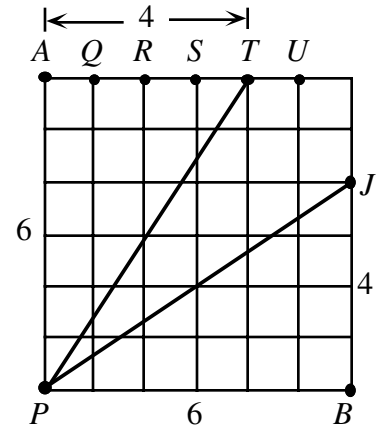
Le carré a une aire de 36.

Puisqu'il doit être divisé en trois régions d'aires égales, chacune des régions doit avoir une aire de 12.

Si on trace une ligne de P à un des points Q, R, S, T ou U , on obtient un triangle rectangle ayant une hauteur AP de 6 unités. Sa base doit mesurer 4 pour que l'aire égale 12 car $\frac{4 \times 6}{2} = 12$. On doit donc choisir le point T .

De la même manière, on choisit le point J .

Les deux points sont donc T et J .



RÉPONSE : (E)

Partie C

21. Samuel marche en ligne droite vers un poteau de 8 m au sommet duquel il y a une lampe. Lorsqu'il arrive à 12 m du poteau, son ombre a une longueur de 4 m. Quelle est la longueur de son ombre lorsqu'il est à 8 m du poteau?

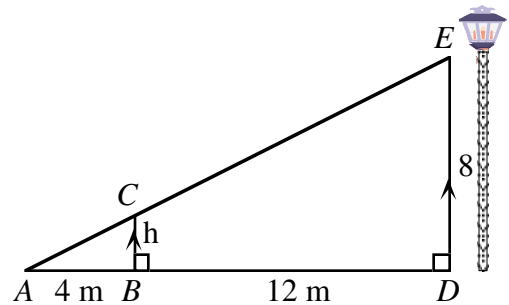
- (A) $1\frac{1}{2}$ m (B) 2 m (C) $2\frac{1}{2}$ m (D) $2\frac{2}{3}$ m (E) 3 m

Solution

Le diagramme indique la position de Samuel lorsqu'il est à 12 m du poteau.

Puisque les triangles ABC et ADE sont semblables, les longueurs des côtés correspondants sont proportionnelles.

On a donc $\frac{h}{4} = \frac{8}{16}$, d'où $h = 2$.



Le diagramme ci-contre indique la position de Samuel lorsqu'il est à 8 m du poteau. La longueur de son ombre est représentée par L .

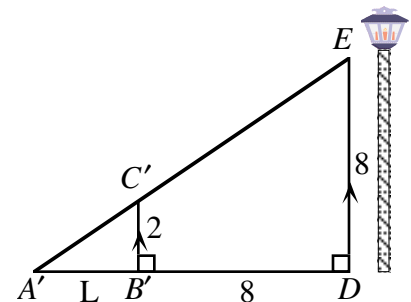
Puisque les deux triangles sont semblables, on a $\frac{L}{2} = \frac{L+8}{8}$.

Cette équation devient $\frac{4L}{8} = \frac{L+8}{8}$ si on choisit un dénominateur commun.

Donc : $4L = L + 8$

$$3L = 8$$

$$L = 2\frac{2}{3} \text{ m}$$



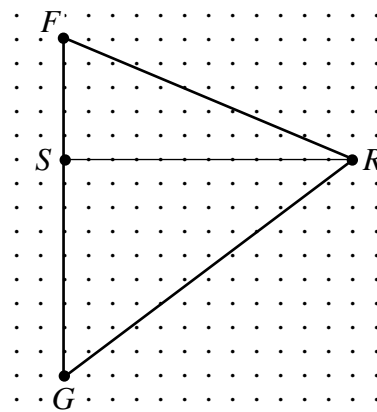
RÉPONSE : (D)

22. Le diagramme indique les maisons de Francine (F), Sylvie (S), Robert (R) et Guy (G), ainsi que des segments de droites qui les joignent. Francine considère quatre parcours pour visiter ses amis :

- i) $F \rightarrow R \rightarrow S \rightarrow G$ ii) $F \rightarrow S \rightarrow G \rightarrow R$
- iii) $F \rightarrow R \rightarrow G \rightarrow S$ iv) $F \rightarrow S \rightarrow R \rightarrow G$

Si $FS = 5$ km, $SG = 9$ km et $SR = 12$ km, la différence entre la longueur du parcours le plus long et celle du parcours le plus court, en km, est égale à :

- (A) 8 (B) 13 (C) 15
- (D) 2 (E) 0



Solution

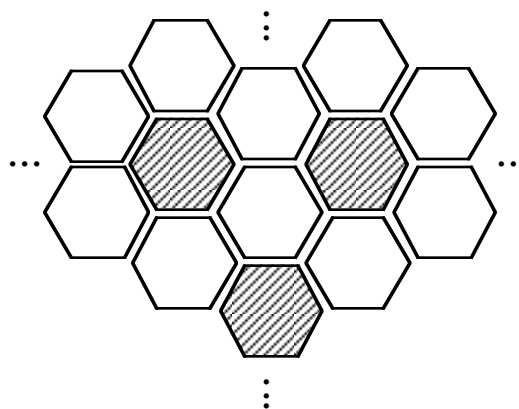
Puisque $FS = 5$ et $SR = 12$, d'après le théorème de Pythagore, on a $FR^2 = 5^2 + 12^2$, d'où $FR = 13$.
 Puisque $SG = 9$ et $SR = 12$, d'après le théorème de Pythagore, on a $GR^2 = 9^2 + 12^2$, d'où $GR = 15$.
 Donc :

- i) $FR + RS + SG = 13 + 12 + 9$, ou 34 km
- ii) $FS + SG + GR = 5 + 9 + 15$, ou 29 km
- iii) $FR + RG + GS = 13 + 15 + 9$, ou 37 km
- iv) $FS + SR + RG = 5 + 12 + 15$, ou 32 km

La différence entre la longueur du parcours le plus long et celle du parcours le plus court est égale à 8 km. RÉPONSE : (A)

23. Le diagramme illustre une partie d'une surface carrée qui a été carrelée d'hexagones réguliers. Les hexagones sont blancs ou bleus. Chaque hexagone bleu est entouré de 6 hexagones blancs, tandis que chaque hexagone blanc est entouré de 3 hexagones bleus et 3 hexagones blancs. Si on ignore les hexagones incomplets, la meilleure approximation du rapport du nombre d'hexagones bleus au nombre d'hexagones blancs contenus dans la surface carrée est :

- (A) 1:6 (B) 2:3 (C) 3:10
- (D) 1:4 (E) 1:2



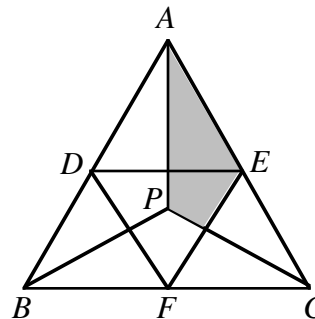
Solution

On considère d'abord une configuration de sept hexagones, formée d'un hexagone bleu entouré de six hexagones blancs. Il semble alors qu'il y a six fois plus d'hexagones blancs que d'hexagones bleus. Or chaque hexagone blanc est adjacent à trois hexagones bleus. Chaque hexagone blanc fait donc partie de trois configurations différentes de sept hexagones. Le nombre d'hexagones blancs est donc égal à six fois le nombre d'hexagones bleus, divisé par trois, c'est-à-dire deux fois le nombre d'hexagones bleus. Le rapport du nombre d'hexagones bleus au nombre d'hexagones blancs est donc égal à 1:2.

RÉPONSE : (E)

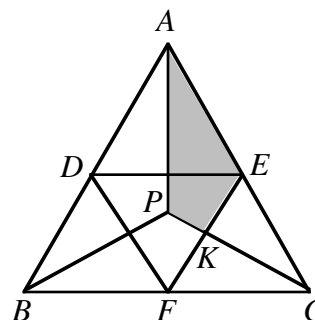
24. Dans le triangle équilatéral ABC , on a tracé des segments du point P aux sommets A , B et C de manière à former trois triangles identiques. Les points D , E et F sont les milieux des côtés du triangle ABC . On les joint comme dans le diagramme. Quelle fraction du triangle ABC est ombrée?

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{5}{24}$ (C) $\frac{1}{4}$
 (D) $\frac{2}{9}$ (E) $\frac{2}{7}$



Solution 1

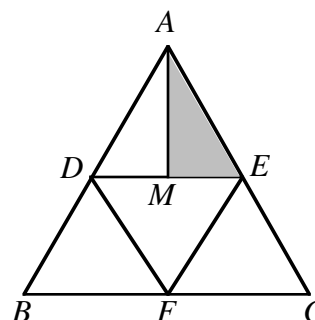
Par symétrie, le segment CP divise le triangle ECF en deux triangles de même aire. L'aire du triangle EKC égale $\frac{1}{2}$ de l'aire du triangle ECF . Puisque l'aire du triangle ECF égale $\frac{1}{4}$ de l'aire du triangle ABC , alors l'aire du triangle EKC égale $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$ de l'aire du triangle ABC , c.-à-d. $\frac{1}{8}$ de l'aire du triangle ABC .



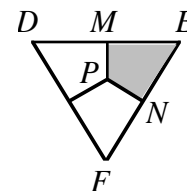
Par symétrie, l'aire du triangle APC égale $\frac{1}{3}$ de l'aire du triangle ABC . Puisque l'aire de la section ombrée est égale à l'aire du triangle APC moins celle du triangle EKC , elle est égale à $(\frac{1}{3} - \frac{1}{8})$, ou $\frac{5}{24}$ de l'aire du triangle ABC

Solution 2

Puisque D , E et F sont les milieux des côtés du triangle ABC , en les joignant, on forme quatre triangles identiques. Puisque l'aire du triangle AME est la moitié de l'aire du triangle ADE , elle est égale à $\frac{1}{8}$ de l'aire du triangle ABC .



Le triangle DEF est divisé en trois quadrilatères identiques, dont le quadrilatère $MENP$. Puisque l'aire du triangle DEF égale un quart de l'aire du triangle ABC , l'aire du quadrilatère $MENP$ est égale à $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$, c.-à-d. $\frac{1}{12}$ de l'aire du triangle ABC .



L'aire de la partie ombrée est donc égale à $\frac{1}{8} + \frac{1}{12}$, ou $\frac{5}{24}$ de l'aire du triangle ABC .

RÉPONSE : (B)

25. Dans un bocal, il y a entre une douzaine et trois douzaines de biscuits aux pépites de chocolat. Tous les biscuits, sauf un, contiennent le même nombre de pépites. L'autre a une pépite de plus que les autres. Les biscuits contiennent un total de 1000 pépites de chocolat. Quelle est la somme du nombre de biscuits dans le bocal et du nombre de pépites dans le biscuit qui en a un de plus que les autres?
- (A) 65 (B) 64 (C) 63 (D) 66 (E) 67

Solution

Si on enlève temporairement la pépite de trop du biscuit spécial, on a entre 12 et 36 biscuits qui contiennent un nombre égal de pépites de chocolat, pour un total de 999 pépites.

Or $999 = 9 \times 111$

$$= (3 \times 3) \times (3 \times 37).$$

Cette factorisation première nous permet de voir que les factorisations en paires de 999 sont 1×999 , 3×333 , 9×111 et 27×37 .

Le seul diviseur de 999 qui est situé entre 12 et 36 est 27. Il y a donc 27 biscuits contenant chacun 37 pépites de chocolat.

Le biscuit spécial contenait donc 38 pépites de chocolat.

La somme demandée est donc $27 + 38$, ou 65.

RÉPONSE : (A)