



Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation
en mathématiques et en informatique,
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

Concours Cayley (10^e – Sec. IV)

Le mercredi 20 février 2002

Avec la
contribution de :



**Samson Béclair
Deloitte
& Touche**
Comptables agréés

Avec la
participation de :



Institut canadien
des actuaires

London Life, compagnie
d'assurance-vie et La
Great-West, compagnie
d'assurance-vie

Avec
l'appui de :

Financière
Manuvie

L'Équitable, Compagnie
d'Assurance-Vie
du Canada



Sybase
Inc. (Waterloo)



iAnywhere Solutions

Durée : 1 heure

© 2001 Waterloo Mathematics Foundation

L'usage de la calculatrice est permis, pourvu qu'elle ne soit pas programmable et qu'elle n'ait pas de capacité graphique.

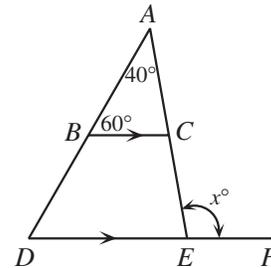
Directives

1. Attendez le signal du surveillant avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponse. Au besoin, demandez à l'enseignant-e d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Aussi, il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droit de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A, B, C, D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation :
 - Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
 - Il *n'y a pas* de pénalité pour une réponse fautive.
 - Chaque question restée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 20 points.
8. Les diagrammes *ne sont pas* dessinés à l'échelle. Ils sont inclus pour aider seulement.
9. Après le signal du surveillant, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Notation : Une réponse fautive *n'est pas* pénalisée.
On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 20 points.

Partie A : 5 points par question

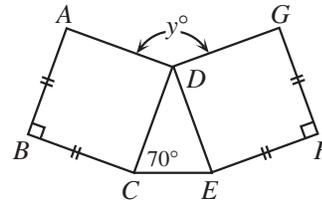
1. $5x + 2(4 + x)$ est égal à :
(A) $5x + 8$ (B) $3x + 6$ (C) $7x + 8$ (D) $7x + 6$ (E) $6x + 8$
2. La valeur de $(2 + 3)^2 - (2^2 + 3^2)$ est :
(A) 12 (B) 0 (C) 30 (D) 16 (E) -3
3. Si $x = -3$, alors la valeur numérique de $x^2 - 4(x - 5)$ est :
(A) 40 (B) 38 (C) -23 (D) 41 (E) -26
4. Si n est égal à $\frac{5}{6}$ de 240, alors $\frac{2}{5}$ de n est égal à :
(A) 288 (B) 80 (C) 96 (D) 200 (E) 500
5. La valeur de l'expression $2^{-2} \times 2^{-1} \times 2^0 \times 2^1 \times 2^2$ est :
(A) 4 (B) 1 (C) 0 (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{2}$
6. D'après le diagramme, la valeur de x est :
(A) 130 (B) 120 (C) 110
(D) 100 (E) 80



7. Si le point $(-2, 4)$ est situé sur une droite de pente $\frac{1}{2}$, alors l'ordonnée à l'origine de cette droite est :
(A) 5 (B) -4 (C) 3 (D) 0 (E) 8
8. Après avoir joué dans trois parties de basket-ball, Maryse avait compté une moyenne de 18 points par partie. Après sa quatrième partie, sa moyenne de points par partie est descendue à 17 points. Combien de points a-t-elle comptés dans sa quatrième partie?
(A) 18 (B) 17 (C) 16 (D) 15 (E) 14

9. Dans le diagramme, $ABCD$ et $DEFG$ sont des carrés ayant les mêmes longueurs de côtés et $\angle DCE = 70^\circ$. La valeur de y est :

(A) 120 (B) 160 (C) 130
(D) 110 (E) 140



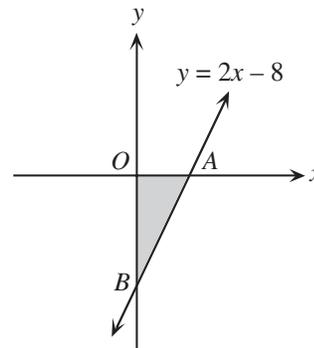
10. Farouk a soustrait 5 d'un certain nombre, puis il a divisé le résultat par 4. Ensuite, il a soustrait 4 du nombre initial, puis il a divisé le résultat par 5. Il a obtenu la même réponse dans les deux cas. Le nombre initial était :

(A) 4 (B) 15 (C) 9 (D) 20 (E) -9

Partie B : 6 points par question

11. Dans le diagramme, la droite d'équation $y = 2x - 8$ coupe l'axe des x au point A et l'axe des y au point B . L'aire du triangle AOB est égale à :

(A) 8 (B) 16 (C) 12
(D) 32 (E) 4

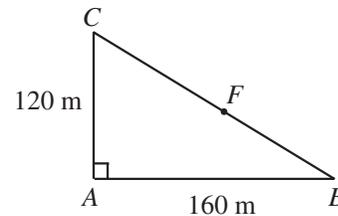


12. Un disque compact se vendait 10 \$. Si le prix est augmenté de 40 % et que ce nouveau prix est par la suite diminué de 30 %, quel est le nouveau prix ?

(A) 9,80 \$ (B) 17,00 \$ (C) 9,00 \$ (D) 19,80 \$ (E) 9,60 \$

13. Le triangle ABC représente une piste de jogging. Jean court sur la piste de A à B à F . Aline court de A à C à F . Chacun parcourt la même distance. La distance de F à B , en mètres, est égale à :

(A) 40 (B) 120 (C) 100
(D) 80 (E) 200

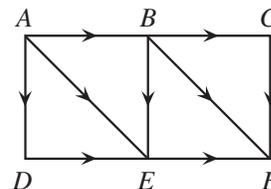


14. Si $a(c+d) + b(c+d) = 42$ et $c+d = 3$, quelle est la valeur de $a+b+c+d$?

(A) 14 (B) 56 (C) 3 (D) 17 (E) 39

15. Dans ce diagramme, on peut seulement se promener le long des segments dans la direction indiquée par les flèches. Le nombre de trajets différents, de A à F , est égal à :

(A) 9 (B) 5 (C) 3
(D) 6 (E) 4



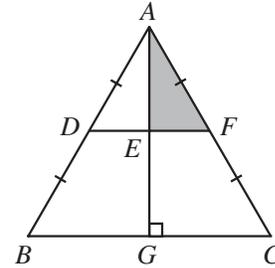
16. Le produit de quatre entiers positifs consécutifs est égal à 358 800. La somme de ces quatre entiers est égale à :

- (A) 102 (B) 98 (C) 94 (D) 90 (E) 106

17. Un nombre « double-singulier » est un entier positif de trois chiffres dont les deux premiers chiffres sont identiques et le troisième chiffre est différent des deux autres. Par exemple, 553 est un nombre double-singulier. Combien y a-t-il de nombres doubles-singuliers entre 100 et 1000?

- (A) 81 (B) 18 (C) 72 (D) 64 (E) 90

18. Dans le diagramme, le triangle ABC est isocèle, avec $AB = AC$. AG est perpendiculaire à BC . Le point D est le milieu du côté AB , le point F est le milieu du côté AC et E est le point d'intersection de DF et de AG . L'aire de la partie ombrée représente quelle fraction de l'aire du triangle ABC ?



- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$
 (D) $\frac{1}{10}$ (E) $\frac{1}{8}$

19. Quelle est la somme des chiffres de l'entier égal à $777\,777\,777\,777\,777^2 - 222\,222\,222\,222\,223^2$?

- (A) 148 (B) 84 (C) 74 (D) 69 (E) 79

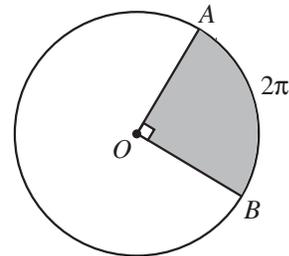
20. Deux réservoirs de forme cylindrique sont placés debout l'un à côté de l'autre sur une surface plane. Le premier réservoir, qui est plein d'eau, a un rayon de 4 m et une hauteur de 10 m. Le deuxième réservoir, qui est vide, a un rayon de 6 m et une hauteur de 8 m. L'eau est pompée et transvasée du premier réservoir au deuxième jusqu'à ce que la profondeur de l'eau soit la même dans les deux réservoirs. La profondeur de l'eau, en mètres, dans chaque réservoir est alors égale à :

- (A) 4 (B) 5 (C) $\frac{46}{15}$ (D) $\frac{52}{17}$ (E) $\frac{40}{13}$

Partie C : 8 points par question

21. Le diagramme illustre un cercle de centre O . Le secteur ombré AOB a un angle au centre de 90° et l'arc AB a une longueur de 2π unités. L'aire du secteur AOB est égale à :

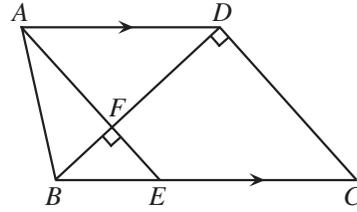
- (A) 4π (B) 16π (C) 6π
 (D) 24π (E) 8π



22. De combien de façons peut-on exprimer 75 sous la forme d'une somme de deux entiers consécutifs ou plus, chacun strictement positif?

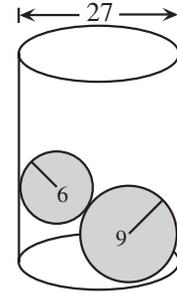
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

23. Dans le trapèze $ABCD$, AD est parallèle à BC . De plus, BD est perpendiculaire à DC . Le point F est choisi sur le segment BD de manière que AF soit perpendiculaire à BD . AF est ensuite prolongé jusqu'à ce qu'il coupe BC au point E . Si $AB = 41$, $AD = 50$ et $BF = 9$, quelle est l'aire du quadrilatère $FECD$?



- (A) 900 (B) 1523.5 (C) 960
 (D) 1560 (E) 1300

24. Un cylindre a un diamètre de 27 et une hauteur de 30. Il contient deux sphères de plomb. La plus grande, de rayon 9, repose au fond du cylindre, tandis que la plus petite, de rayon 6, est placée comme l'indique le diagramme. On verse de l'eau dans le cylindre jusqu'à ce que les deux sphères soient recouvertes. Le volume d'eau qu'il faut verser est égal à :



- (A) 3672π (B) 3660π (C) 3375π
 (D) 3114π (E) 4374π

25. Un *point de treillis* est un point (x, y) du plan cartésien dont les deux coordonnées, x et y , sont des entiers. Combien y a-t-il de valeurs entières de k pour lesquelles les droites d'équations $kx - 5y + 7 = 0$ et $k^2x - 5y + 1 = 0$ se coupent à un point de treillis?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5