



Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation
en mathématiques et en informatique,
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

Concours Fermat (11^e – Sec. V)

Le mercredi 18 février 2004

Avec la
contribution de :



**Samson Béclair
Deloitte
& Touche**
Comptables agréés

Avec la
participation de :



Institut canadien
des actuaires



London Life, compagnie
d'assurance-vie et La
Great-West, compagnie
d'assurance-vie



iAnywhere
iAnywhere Solutions

Durée : 1 heure

© 2003 Waterloo Mathematics Foundation

L'usage de la calculatrice est permis.

Directives

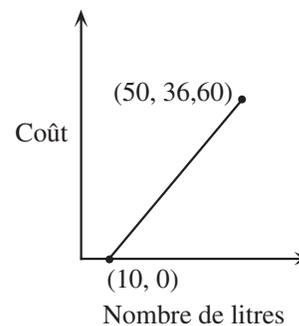
1. Attendez le signal du surveillant avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponse. Au besoin, demandez à l'enseignant-e d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Aussi, il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droit de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A, B, C, D et E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation :
 - Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
 - Il n'y a pas de pénalité pour une réponse fautive.
 - Chaque question restée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 20 points.
8. Les diagrammes *ne sont pas* dessinés à l'échelle. Ils sont inclus pour aider seulement.
9. Après le signal du surveillant, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Notation : Une réponse fautive *n'est pas* pénalisée.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 20 points.

Partie A (5 points par bonne réponse)

- La valeur de $\frac{10}{10(11)-10^2}$ est :
(A) 100 (B) 2 (C) 10 (D) 1 (E) 11
- $\sqrt{4^0 + 4^2 + 4^3}$ est égal à :
(A) 9 (B) 13 (C) 14 (D) 32 (E) 64
- Si $x = 2 - 4 + 6$ et $y = 1 - 3 + 5$, alors $x - y$ est égal à :
(A) 0 (B) 1 (C) 5 (D) 3 (E) -1
- Un gâteau remplit complètement un plat qui mesure 20 cm sur 18 cm sur 5 cm. On coupe le gâteau en 25 morceaux de même volume. Si le gâteau a une masse volumique (densité) de 2 g/cm^3 , combien pèse chacun des 25 morceau?
(A) 72 g (B) 288 g (C) 36 g (D) 144 g (E) 720 g
- Si $\left(\frac{1}{2+3}\right)\left(\frac{1}{3+4}\right) = \frac{1}{x+5}$, alors x est égal à :
(A) 4 (B) 7 (C) 30 (D) 37 (E) 67
- Il faut trois boîtes de jus pour remplir $\frac{2}{3}$ d'un contenant de 1 litre. Combien faut-il de boîtes de jus pour remplir au complet 8 contenants de 1 litre?
(A) 36 (B) 12 (C) $\frac{16}{3}$ (D) 16 (E) 24
- Si $x = \frac{1}{5}$, alors l'expression $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x}$ est égale à :
(A) 0,4 (B) -0,52 (C) -5 (D) 10 (E) 11
- Julie arrive au garage Fermat pour faire le plein. Le graphique indique la quantité d'essence qu'il lui restait en arrivant, la quantité d'essence achetée et le coût de l'essence. Quel est le coût d'un litre d'essence?
(A) 91,5 ¢ (B) 73,2 ¢ (C) 61,0 ¢
(D) 53,2 ¢ (E) 1,09 \\$

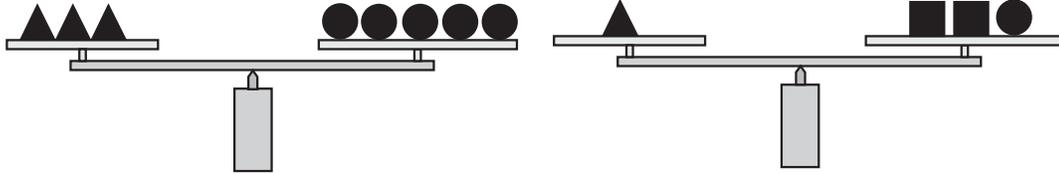


9. Le tableau nous renseigne au sujet de la population de deux villes en 2003 et en 2004.

Ville	Population en 2003	Pourcentage du changement de 2003 à 2004
Cayleyville	10 000	4 %
Pascalbourg	25 000	-12 %

En 2004, quelle est la différence entre la population des deux villes?

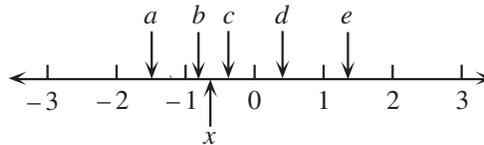
- (A) 12 400 (B) 11 600 (C) 17 600 (D) 13 800 (E) 17 400
10. La figure suivante présente deux balances en équilibre. Combien faut-il de ■ pour équilibrer un ●?



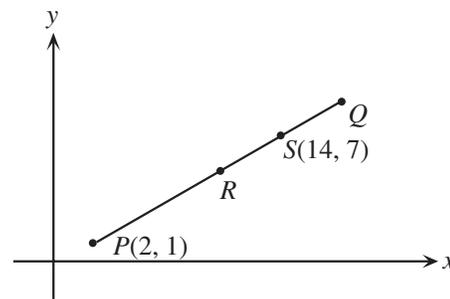
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Partie B (6 points par bonne réponse)

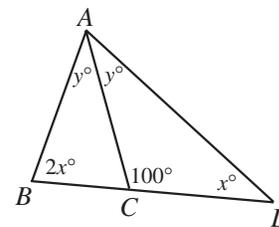
11. Si x est situé sur la droite numérique à l'endroit indiqué, quelle lettre représente le mieux la position de $-x^2$?



- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e
12. Le point R est le milieu du segment PQ et le point S est le milieu du segment QR . Si P a pour coordonnées $(2, 1)$ et S a pour coordonnées $(14, 7)$, quelles sont les coordonnées du point Q ?

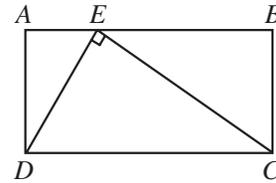


- (A) $(8, 4)$ (B) $(26, 13)$ (C) $(10, 5)$
 (D) $(18, 9)$ (E) $(16, 11)$
13. Dans la figure, les points B, C et D sont situés sur une même droite. De plus, on a $\angle ACD = 100^\circ$, $\angle ADB = x^\circ$, $\angle ABD = 2x^\circ$ et $\angle DAC = \angle BAC = y^\circ$. Quelle est la valeur de x ?



- (A) 10 (B) 45 (C) 30
 (D) 50 (E) 20

14. Dans la figure, $ABCD$ est un rectangle et le point E est situé sur AB . Dans le triangle DEC , on a $\angle DEC = 90^\circ$, $DE = 3$ et $EC = 4$. Quelle est la longueur AD ?

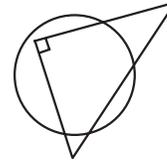


- (A) 2,6 (B) 2,4 (C) 2,8
(D) 1,8 (E) 3,2

15. La représentation graphique de l'équation $x^2 - y^2 = 0$ est :

- (A) une droite (B) une parabole (C) un cercle
(D) un point (E) deux droites

16. Un triangle rectangle a des côtés de longueurs 6, 8 et 10. On trace un cercle de manière que l'aire de la partie du cercle qui est à l'extérieur du triangle est égale à l'aire de la partie du triangle qui est à l'extérieur du cercle. Le rayon du cercle, arrondi au dixième près, est égal à :



- (A) 2,9 (B) 2,8 (C) 3,8
(D) 3,1 (E) 3,6

17. On forme une suite croissante de manière que la différence entre deux termes consécutifs soit une constante. Si les quatre premiers termes de cette suite sont x , y , $3x + y$ et $x + 2y + 2$, alors la valeur de $y - x$ est :

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

18. Si les équations $y = a(x - 2)^2 + c$ et $y = (2x - 5)(x - b)$ définissent la même fonction du second degré, alors b est égal à :

- (A) 3 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $-\frac{5}{2}$ (E) $\frac{8}{5}$

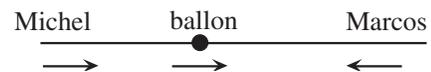
19. Un magasin spécialisé dans la vente de logiciels vient de recevoir 1200 copies d'un nouveau logiciel. La gérante, se fiant à son expérience, croit que :

- la moitié des copies se vendront au prix initial qu'elle fixera;
- deux tiers des copies qui resteront seront vendues lorsqu'elle enlèvera 40 % du prix initial;
- les autres copies seront vendues lorsqu'elle enlèvera 75 % du prix initial.

Pour faire un profit raisonnable, elle doit obtenir des recettes de 72 000 \$. Quel prix initial doit-elle fixer, au cent près ?

- (A) 60,01 \$ (B) 75,01 \$ (C) 79,13 \$ (D) 80,90 \$ (E) 240,01 \$

20. Un ballon de soccer roule vers Marcos, à une vitesse de 4 m/s. Michel, qui est 15 m derrière le ballon, le poursuit à une vitesse de 9 m/s. Marcos, qui est à 30 m du ballon, court en direction du ballon à une vitesse de 8 m/s. Lorsque le ballon sera touché initialement par l'un des deux, la distance entre les joueurs sera plus près de :



- (A) 2,00 m (B) 2,25 m (C) 2,50 m
(D) 2,75 m (E) 3,00 m

Partie C (8 points par bonne réponse)

21. Brigitte et Jules ont un contrat pour peindre une ligne sur une route. Si Brigitte travaillait seule, elle pourrait peindre la ligne en B heures. Si Jules travaillait seul, il pourrait la peindre en J heures. Brigitte commence à peindre la ligne à une extrémité. Une heure plus tard, Jules commence à peindre la ligne à l'autre extrémité. Ils travaillent jusqu'à ce que la ligne soit peinte au complet. Laquelle des expressions suivantes représente le nombre d'heures que Brigitte a travaillé?

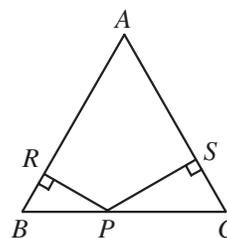
(A) $\frac{B(J+1)}{B+J}$ (B) $J+1$ (C) $\frac{BJ}{B+J}+1$ (D) $\frac{B+J-1}{2}$ (E) $\frac{B(J-1)}{B+J}$

22. Soit k le plus petit entier positif de sorte que le nombre $(2^k)(5^{300})$, écrit en notation courante, comporte 303 chiffres. La somme de ces chiffres est égale à :

(A) 11 (B) 10 (C) 8 (D) 7 (E) 5

23. Soit un triangle isocèle ABC tel que $AB = AC$ et $BC = 65$ cm. Soit P un point sur BC . Des perpendiculaires PR et PS sont abaissées depuis P jusqu'à AB et AC , de sorte que $PR = 24$ cm et $PS = 36$ cm. L'aire du triangle ABC , en cm^2 , est égale à :

(A) 1254 (B) 1640 (C) 1950
(D) 2535 (E) 2942

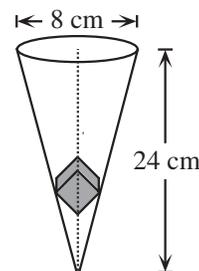


24. Soit un polynôme $f(x)$ tel que $f(x) - f(x-2) = (2x-1)^2$ pour toute valeur de x . Dans le polynôme $f(x)$, p et q sont les coefficients respectifs de x^2 et de x . Alors $p+q$ est égal à :

(A) 0 (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) 1 (E) $\frac{2}{3}$

25. On considère un cube dont les arêtes mesurent 3 cm et un cône ayant un diamètre de 8 cm et une hauteur de 24 cm. On place le cube dans le cône de manière qu'une diagonale du cube coïncide avec l'axe du cône. Quelle est la distance, en cm, entre le sommet du cône et le sommet du cube le plus rapproché?

(A) $6\sqrt{6} - \sqrt{3}$ (B) $\frac{12\sqrt{6} - 3\sqrt{3}}{4}$ (C) $6\sqrt{6} - 2\sqrt{3}$
(D) $5\sqrt{3}$ (E) $6\sqrt{6}$



PUBLICATIONS

Les étudiants et les parents qui estiment que la résolution de problèmes constitue un divertissement et un loisir se rjouiront de pouvoir consulter les publications suivantes. Il s'agit d'excellentes ressources documentaires axées sur l'enrichissement, le développement des capacités à résoudre des problèmes et la préparation en vue des concours de mathématiques.

Exemplaires des Concours canadiens de mathématiques des années antérieures

Des exemplaires des concours antérieurs et des solutions, aussi bien en français qu'en anglais, sont disponibles gratuitement sur notre site web <http://www.cemc.uwaterloo.ca>

Livres «Problems Problems Problems»

Chaque volume est une ensemble de problèmes à choix multiple ou à solution complète. Les problèmes sont regroupés selon les sujets, avec 9 sujets ou plus par volume. Les problèmes sont choisis à partir des concours des années précédentes offerts par le Concours canadien de mathématiques et des solutions complètes sont fournies pour chaque problème. Chaque volume coûte 15,00 \$. **Le Volume 1 est disponible en français et en anglais. Les Volumes 2-9 sont disponibles en anglais seulement.**

Volume 1

- (Disponible en français)
- plus de 300 problèmes avec solutions complètes
- 10 sujets
- pour les élèves de 9^e, 10^e et 11^e année (Sec. III, IV et V)

Volume 2

- plus de 325 problèmes avec solutions complètes
- 10 sujets (différents de ceux du volume 1)
- pour les élèves de 9^e, 10^e et 11^e année (Sec. III, IV et V)

Volume 3

- plus de 235 problèmes avec solutions complètes
- 12 sujets
- pour les élèves du cycle supérieur (Sec. V et Cégep I)

Volume 4

- plus de 325 problèmes avec solutions complètes
- 12 sujets
- pour les élèves de 7^e, 8^e et 9^e année (Sec. I, II et III)

Volume 5

- plus de 200 problèmes avec solutions complètes
- 9 sujets (différents de ceux du volume 3)
- pour les élèves du cycle supérieur (Sec. V et Cégep I)

Volume 6

- plus de 300 problèmes avec solutions complètes
- 11 sujets (différents de ceux du vol. 4)
- pour les élèves de 7^e, 8^e et 9^e année (Sec. I, II et III)

Volume 7

- plus de 300 problèmes avec solutions complètes
- 12 sujets
- pour les élèves de 9^e et 10^e année (Sec. III et IV)

Volume 8

- plus de 200 problèmes avec solutions complètes
- 10 sujets
- pour les élèves du cycle supérieur (Sec. V et Cégep I)

Volume 9

- plus de 300 problèmes avec solutions complètes
- 11 sujets
- pour les élèves de 7^e et 8^e année (Sec. I et II)

Faire passer les commandes au : Concours canadien de mathématiques
 Faculté de mathématiques, pièce MC 5181
 Université de Waterloo
 Waterloo (Ontario) N2L 3G1

Veillez inscrire votre nom, votre adresse (et votre code postal) ainsi que votre numéro de téléphone.

Établir les chèques ou les mandats à l'ordre du «Centre for Education in Mathematics and Computing». Pour les commandes effectuées au Canada, veuillez ajouter 3 \$ pour le premier article afin d'acquitter les frais de port et de manutention et 1 \$ pour chaque article additionnel. Aucune taxe de vente provinciale ne s'applique, mais il faut ajouter la TPS de 7 p. 100. Pour les commandes *de l'extérieur du Canada SEULEMENT*, veuillez ajouter 10 \$ pour le premier article afin d'acquitter les frais de port et de manutention et 2 \$ pour chaque article additionnel. **Les prix de ces publications demeureront en vigueur jusqu'en 1 septembre 2004.**

REMARQUE : Tous droits réservés. Les publications sont protégées par Copyright. Il est interdit de copier le matériel sans la permission de la Fondation Waterloo de mathématiques.

