



Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation
en mathématiques et en informatique,
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

Concours Fermat (11^e - Sec. V)

Le mercredi 23 février 2005

Avec la
contribution de:



**Samson Béclair
Deloitte
& Touche**
Comptables agréés

Avec la
participation de:



Institut canadien
des actuaires

THE
Great-West Life
ASSURANCE COMPANY



London Life, compagnie
d'assurance-vie et La
Great-West, compagnie
d'assurance vie

SYBASE
Sybase
iAnywhere
A SYBASE COMPANY
iAnywhere Solutions

Durée: 60 minutes

©2004 Waterloo Mathematics Foundation

L'usage de la calculatrice est permis.






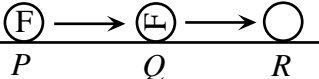
Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignant-e d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Aussi, il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur droit de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A, B, C, D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Il n'y a *pas de pénalité* pour une réponse fautive.
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les diagrammes *ne sont pas* dessinés à l'échelle. Ils sont inclus pour aider seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

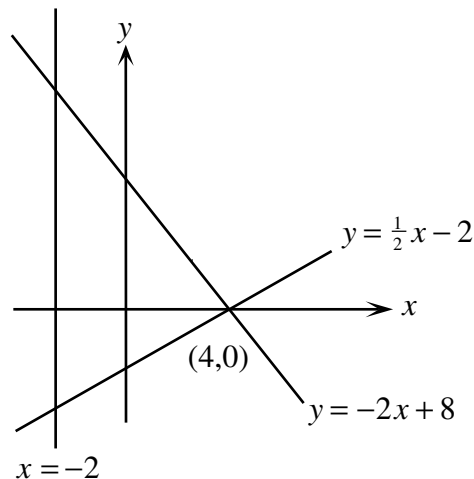
On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

- L'expression $\frac{150 + (150 \div 10)}{15 - 5}$ est égale à :
(A) 6 (B) 3 (C) 146 (D) 151,5 (E) 16,5
- Quelle est la valeur de $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{3}{9}$?
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{5}{18}$ (D) $\frac{1}{9}$ (E) 0
- Si $a = \frac{1}{2}$ et $b = \frac{2}{3}$, alors $\frac{6a + 18b}{12a + 6b}$ est égal à :
(A) 9 (B) 7 (C) 10 (D) 6 (E) $\frac{3}{2}$
- Si $\sqrt{4 + 9 + x^2} = 7$, alors une valeur possible de x est :
(A) 6 (B) 2 (C) 4 (D) 36 (E) 0
- La figure montre une pièce de monnaie Fermat qui roule de P à Q jusqu'à R . Si la distance de P à Q est égale à la distance de Q à R , quelle est l'orientation de la pièce de monnaie lorsqu'elle arrive au point R ?
(A)  (B)  (C) 
(D)  (E) 

- La somme des 2005 premiers termes de la suite 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, ... est égale à :
(A) 5011 (B) 5110 (C) 5020 (D) 5010 (E) 501
- Dans le triangle ABC , l'angle A mesure 21° de plus que celle de l'angle B et l'angle C mesure 36° de plus que l'angle B . Quelle est la mesure de l'angle B ?
(A) 20° (B) 41° (C) 62° (D) 46° (E) 56°
- Sept enfants sont nés sept années consécutives, le même jour de l'année. La somme de l'âge des trois plus jeunes est égale à 42 ans. Quelle est la somme de l'âge des trois plus vieux ?
(A) 51 ans (B) 54 ans (C) 57 ans (D) 60 ans (E) 63 ans

9. Dans la figure ci-contre, les droites d'équations $y = -2x + 8$ et $y = \frac{1}{2}x - 2$ se coupent au point $(4, 0)$. Quelle est l'aire du triangle formé par ces deux droites et par la droite d'équation $x = -2$?

- (A) 15 (B) 27 (C) 30
(D) 36 (E) 45

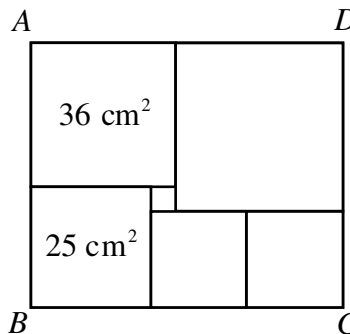


10. Si 50 % de P est égal à 20 % de Q , alors P est égal à quel pourcentage de Q ?
(A) 60% (B) 250% (C) 40% (D) 20% (E) 30%

Partie B (6 points par bonne réponse)

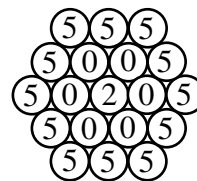
11. Le rectangle $ABCD$ est formé de six carrés. L'aire de deux des carrés est indiquée. Quel est le périmètre du rectangle $ABCD$, en centimètres ?

- (A) 50 (B) 44 (C) 46
(D) 52 (E) 48



12. En partant du 2 au centre, on peut former le nombre 2005 en se déplaçant d'un cercle à un autre si les deux cercles se touchent. Combien de chemins différents peut-on emprunter pour former le nombre 2005 ?

- (A) 36 (B) 24 (C) 12
(D) 18 (E) 6



13. On trace un cercle de manière qu'aucune partie du cercle ne soit située à l'extérieur d'un hexagone régulier. Si ce cercle ne touche pas tous les six côtés de l'hexagone, quel est le nombre maximum de côtés qu'il peut toucher ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

14. Le poids d'une lionne est six fois le poids de son lionceau femelle ou quatre fois le poids de son lionceau mâle. Or la différence entre le poids des deux lionceaux est de 14 kg. Quel est le poids de la lionne, en kilogrammes ?

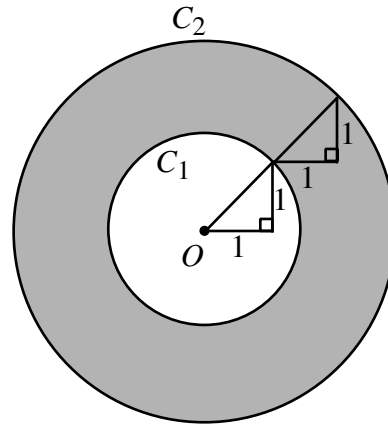
- (A) 84 (B) 252 (C) 168 (D) 140 (E) 112

15. Si $(x - 4)(5x + 2) = 0$, alors les deux valeurs possibles de l'expression $5x + 2$ sont :

- (A) -4 et $\frac{2}{5}$ (B) 0 et -18 (C) 0 et 22 (D) 0 et 4 (E) 4 et 22

16. Dans le figure ci-contre, les cercles C_1 et C_2 ont pour centre O . Quelle est l'aire de la région ombrée ?

- (A) 2π (B) 3π (C) 4π
 (D) 6π (E) 8π



17. Un cylindre rempli d'eau a un rayon de 2 cm et une hauteur de 8 cm. Un cylindre vide a un rayon de 4 cm et une hauteur de 8 cm. Si on transvide toute l'eau du premier cylindre dans le deuxième, quelle sera la profondeur de l'eau dans ce cylindre ?

- (A) 1 cm (B) 2 cm (C) 3 cm (D) 4 cm (E) 6 cm

18. Une évaluation est composée de 10 questions. Les points sont accordés comme suit :

- Chaque bonne réponse vaut 3 points.
- Chaque question laissée sans réponse vaut 1 point.
- Chaque réponse incorrecte vaut 0 point.

Lequel des nombres suivants *ne peut pas* représenter un total de points ?

- (A) 11 (B) 13 (C) 17 (D) 23 (E) 29

19. Samuel pédale à une vitesse de 16 km/h, tandis que Julie pédale à une vitesse de 24 km/h. À midi, Samuel est situé à 1 km au nord de Julie. Chacun se met à pédaler en direction nord. Combien de minutes Julie mettra-t-elle pour rattraper Samuel ?

- (A) $1\frac{1}{2}$ (B) $2\frac{1}{2}$ (C) $3\frac{3}{4}$ (D) $7\frac{1}{2}$ (E) 8

20. Le triangle ABC est tel que $AB = AC = x + 1$ et $BC = 2x - 2$, $x > 1$. L'aire du triangle est toujours égale à :

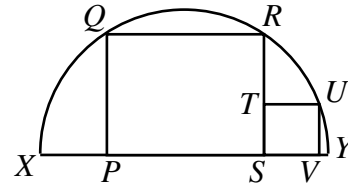
- (A) $(x - 1)\sqrt{2x^2 + 2}$ (B) $2(x - 1)$ (C) $\frac{1}{2}(x + 1)^2$
 (D) $(x + 1)(x - 1)$ (E) $2(x - 1)\sqrt{x}$

Partie C (8 points par bonne réponse)

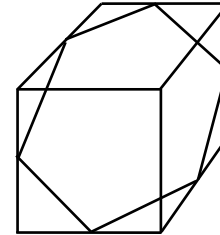
21. On choisit quatre nombres *différents*, a , b , c et d , parmi les nombres -1 , -2 , -3 , -4 et -5 . La plus grande valeur possible de l'expression $a^b + c^d$ est égale à :

- (A) $\frac{5}{4}$ (B) $\frac{7}{8}$ (C) $\frac{31}{32}$ (D) $\frac{10}{9}$ (E) $\frac{26}{25}$

22. Dans la figure ci-contre, le rectangle $PQRS$ est inscrit dans le demi-cercle de rayon XY . De plus, $PQ = 12$ et $QR = 28$. Les sommets du carré $STUV$ sont tels que T est situé sur RS , U est situé sur le demi-cercle et V est situé sur XY . La meilleure approximation de l'aire du carré $STUV$ est :



- (A) 12 (B) 13 (C) 16
 (D) 14 (E) 15
23. Un cube en bois, ayant des arêtes de 4 cm, est découpé par un plan qui passe par le milieu des arêtes indiquées dans la figure ci-contre, formant ainsi deux moitiés de cube. L'aire totale de chaque moitié de cube, arrondie au centimètre carré près, est égale à :



- (A) 69 (B) 48 (C) 32
 (D) 65 (E) 58
24. La suite arithmétique $a, a+d, a+2d, a+3d, \dots, a+(n-1)d$ vérifie les propriétés suivantes :
- La somme des termes suivants est égale à 320 : Les 1^{er}, 3^e, 5^e, ..., jusqu'au dernier terme inclusivement.
 - La somme des termes suivants est égale à 224 : Les 1^{er}, 4^e, 7^e, ..., jusqu'au dernier terme inclusivement.

Quelle est la somme de tous les termes de la suite ?

- (A) 656 (B) 640 (C) 608 (D) 704 (E) 672
25. Une *triligne* est une droite dont la somme de l'abscisse à l'origine et de l'ordonnée à l'origine est égale à trois fois la pente. Combien y a-t-il d'entiers q , $1 \leq q \leq 10\,000$, pour lesquels il existe au moins un entier p de manière qu'il y ait exactement une triligne qui passe par le point (p, q) ?
- (A) 60 (B) 57 (C) 58 (D) 61 (E) 59



Concours canadien de mathématiques



Pour les étudiants...

Merci d'avoir participé au concours Fermat de 2005!

En 2004, plus de 83 000 étudiants autour du monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Hypatie qui aura lieu le 20 avril 2005.

Visitez notre site Web au www.cemc.uwaterloo.ca pour trouver

- plus d'information à propos du concours Hypatie**
- des copies gratuites des concours précédents**
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs**
- de l'information au sujet de nos publications pour l'enrichissement mathématiques et pour la préparation aux concours**
- de l'information concernant les carrières en mathématiques**

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au www.cemc.uwaterloo.ca pour

- inscrire vos étudiants aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu le 20 avril 2005**
- apprendre à propos des ateliers et des ressources disponibles aux enseignants**
- trouver les résultats de votre école**

