

Concours Galois (10^e année – Sec. IV)

le mercredi 20 avril 2005

1. Une *suite arithmétique* est une suite dans laquelle chaque terme, à partir du deuxième, est obtenu en additionnant une constante au terme précédent.

Par exemple, la suite 2, 11, 20, 29, ... est une suite arithmétique.

(Les trois points de suspension, dans cet exemple, indiquent que la suite continue sans fin.)

(a) Quel est le 11^e terme de la suite arithmétique 17, 22, 27, 32, ... ?

(b) Expliquer pourquoi il n'existe aucun nombre qui soit un terme de chacune des deux suites arithmétiques suivantes :

17, 22, 27, 32, ...

13, 28, 43, 58, ...

(c) Déterminer un nombre, entre 400 et 420, qui est un terme de chacune des suites suivantes :

17, 22, 27, 32, ...

16, 22, 28, 34, ...

Expliquer sa démarche.

2. Paulette et Isaac jouent un jeu dans lequel chacun, à tour de rôle, place une tuile sur la grille suivante.

Chaque tuile porte un nombre de 1 à 6. Paulette commence chaque partie avec les six tuiles suivantes : 1 , 2 , 3 , 4 , 5 et 6 .

Isaac commence chaque partie avec les six tuiles suivantes : 1 , 2 , 3 , 4 , 5 et 6 .

Une fois qu'une tuile est placée sur la grille, elle ne peut être bougée.

Lorsque toutes les tuiles ont été placées, Paulette reçoit un point pour chaque rangée dont la somme est paire et un point pour chaque colonne dont la somme est paire. Isaac reçoit un point pour chaque rangée dont la somme est impaire et un point pour chaque colonne dont la somme est impaire. Par exemple, si la partie se termine avec les tuiles placées comme dans la figure suivante, Paulette reçoit 5 points et Isaac reçoit 2 points.

3	1	2	4
5	5	2	4
1	3	6	6

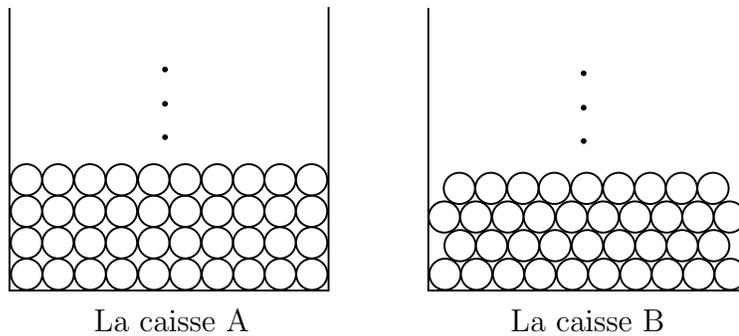
(a) Dans la grille suivante, Isaac vient de placer son avant-dernière tuile. Remplir la grille de manière qu'Isaac reçoive plus de points que Paulette. (Il n'est pas nécessaire de présenter une stratégie. Il suffit de remplir la grille.)

1	3		5
3	1	2	2
	4	4	

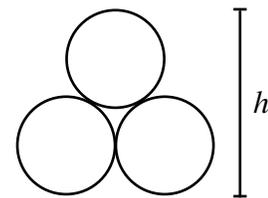
- (b) Expliquer pourquoi il est impossible pour Paulette et Isaac d'obtenir le même nombre de points dans une partie.
- (c) Dans la grille suivante, c'est au tour d'Isaac de jouer. Il lui reste un 2 et un 5 à placer. Expliquer pourquoi Isaac ne peut obtenir plus de points que Paulette, peu importe où il place son 5.

1		3	6
	5		4
3		1	6

3. Deux caisses identiques sont remplies de tuyaux cylindriques. Chaque tuyau a un diamètre de 10 cm. Les tuyaux ont été placés de façons différentes dans chaque caisse. La figure suivante présente une vue de face de la façon dont les tuyaux sont disposés dans les quatre premières rangées de chaque caisse.

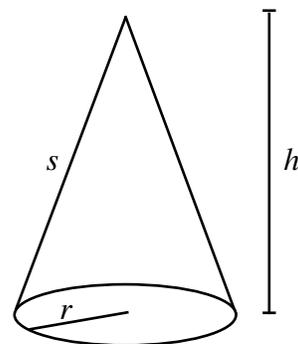


- (a) Si chaque caisse contient 200 tuyaux, combien de rangées de tuyaux y a-t-il dans chaque caisse ? Expliquer sa démarche.
- (b) La figure ci-contre montre une vue de face de trois tuyaux de la caisse B. Déterminer la hauteur h de cette pile de 3 tuyaux. Expliquer sa démarche.

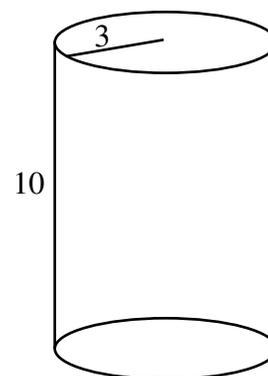


- (c) Une fois que les caisses sont remplies, elles contiennent 200 tuyaux chacune. Quelle est la différence entre la hauteur totale des deux piles de 200 tuyaux ? Expliquer sa démarche.

4. Le volume d'une sphère de rayon r est égal à $\frac{4}{3}\pi r^3$.
 L'aire *totale* d'un cône de hauteur h et de rayon r est égale à $\pi r^2 + \pi r s$, s étant la longueur de la génératrice.



- (a) Un cylindre a une hauteur de 10 et un rayon de 3. Déterminer l'aire *totale* (y compris l'aire des extrémités) du cylindre, ainsi que son volume.



- (b) Un cône, un cylindre et une sphère ont un rayon égal à r . La hauteur du cylindre est égale à H et celle du cône est égale à h . Le cylindre et la sphère ont le même volume. Le cône et le cylindre ont la même aire totale. Démontrer que h et H ne peuvent tous deux être des entiers.