

**Concours Hypatie 2008 (11<sup>e</sup> année – Sec. V)**  
**le mercredi 16 avril 2008**

---

1. Étant donné deux nombres  $a$  et  $b$ , la notation  $a\nabla b$  représente l'expression  $2a + b^2 + ab$ . Par exemple,  $1\nabla 2 = 2(1) + 2^2 + (1)(2)$ , d'où  $1\nabla 2 = 8$ .
  - (a) Déterminer la valeur de  $3\nabla 2$ .
  - (b) Sachant que  $x\nabla(-1) = 8$ , déterminer la valeur de  $x$ .
  - (c) Sachant que  $4\nabla y = 20$ , déterminer les deux valeurs possibles de  $y$ .
  - (d) Sachant que  $(w - 2)\nabla w = 14$ , déterminer toutes les valeurs possibles de  $w$ .
  
2.
  - (a) Déterminer l'équation de la droite qui passe aux points  $A(7, 8)$  et  $B(9, 0)$ .
  - (b) La droite d'équation  $y = 2x - 10$  et la droite qui passe aux points  $A$  et  $B$  se coupent au point  $P$ . Déterminer les coordonnées de  $P$ .
  - (c) Le point  $P$  est-il plus près de  $A$  ou est-il plus près de  $B$ ? Expliquer sa démarche.
  
3. Dans la figure ci-contre,  $ABCD$  est un trapèze,  $AD$  est parallèle à  $BC$  et  $BC$  est perpendiculaire à  $AB$ . De plus,  $AD = 6$ ,  $AB = 20$  et  $BC = 30$ .
  - (a) Déterminer l'aire du trapèze  $ABCD$ .
  - (b) Il existe un point  $K$ , sur  $AB$ , de manière que l'aire du triangle  $KBC$  soit égale à l'aire du quadrilatère  $KADC$ . Déterminer la longueur du segment  $BK$ .
  - (c) Il existe un point  $M$ , sur  $DC$ , de manière que l'aire du triangle  $MBC$  soit égale à l'aire du quadrilatère  $MBAD$ . Déterminer la longueur du segment  $MC$ .
  
4. On considère une suite de nombres,  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ . La *somme-peizi* de la suite est formée en additionnant les produits des nombres de la suite choisis deux à deux. Par exemple, la somme-peizi de la suite  $a_1, a_2, a_3, a_4$  est égale à  $a_1a_2 + a_1a_3 + a_1a_4 + a_2a_3 + a_2a_4 + a_3a_4$ .
  - (a) La somme-peizi de la suite  $2, 3, x, 2x$  est égale à  $-7$ . Déterminer toutes les valeurs possibles de  $x$ .
  - (b) Une suite contient 100 termes. Dans cette suite,  $m$  termes égalent 1 et  $n$  termes égalent  $-1$ . Les autres termes égalent 2. Déterminer, en fonction de  $m$  et de  $n$ , le nombre de paires de termes distincts qui ont un produit de 1.
  - (c) Une suite contient 100 termes, chacun étant égal à 2 ou à  $-1$ . Déterminer, pour cette suite, le nombre minimum de sommes-peizi possibles. Justifier sa démarche.

