



## Concours canadien de mathématiques

Une activité du Centre d'éducation  
en mathématiques et en informatique,  
Université de Waterloo, Waterloo, Ontario

# Concours Cayley (10<sup>e</sup> année – Sec. IV)

le jeudi 25 février 2010



LA PARFAITE ALLIANCE COMMUNAUTAIRE<sup>MC</sup>



**Durée :** 60 minutes      ©2009 Centre d'éducation en mathématiques et en informatique

**L'usage de la calculatrice est permis.**

### Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur gauche de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.  
Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.  
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

*Le nom de quelques-uns des candidats ayant obtenu les meilleurs résultats sera publié sur notre site web à <http://www.cemc.uwaterloo.ca>.*

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

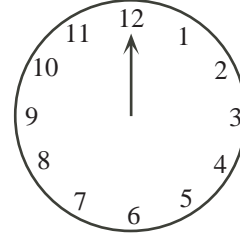
### Partie A (5 points par bonne réponse)

1. Quelle est la valeur de  $6 + 4 \div 2$  ?

- (A) 5            (B) 6            (C) 7            (D) 8            (E) 9

2. La grande aiguille d'une montre indique le 12. L'aiguille balaie ensuite un angle de  $120^\circ$  dans le sens des aiguilles d'une montre. Quel nombre indiquera-t-elle ?

- (A) 6            (B) 2            (C) 4  
(D) 3            (E) 5



3. Si  $x + \sqrt{25} = \sqrt{36}$ , quelle est la valeur de  $x$  ?

- (A) 1            (B) 2            (C) 3            (D) 4            (E) 11

4. Si on simplifie l'expression  $\frac{1}{2 + \frac{2}{3}}$ , quelle valeur obtient-on ?

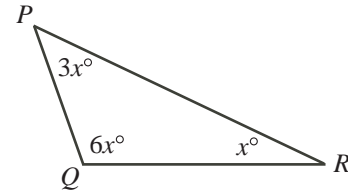
- (A)  $\frac{1}{8}$             (B)  $\frac{5}{2}$             (C)  $\frac{5}{8}$             (D)  $\frac{1}{2}$             (E)  $\frac{3}{8}$

5. Un rectangle a une longueur de  $\frac{3}{5}$  et une aire de  $\frac{1}{3}$ . Quelle est la largeur du rectangle ?

- (A)  $\frac{1}{5}$             (B)  $\frac{5}{9}$             (C)  $\frac{14}{15}$             (D)  $\frac{15}{14}$             (E)  $\frac{9}{5}$

6. Quelle est la mesure du plus grand angle du triangle  $PQR$  ?

- (A)  $144^\circ$             (B)  $96^\circ$             (C)  $120^\circ$   
(D)  $60^\circ$             (E)  $108^\circ$

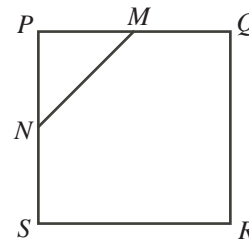


7. Cinq entiers consécutifs ont une moyenne de 9. Quel est le plus petit de ces cinq entiers ?

- (A) 4            (B) 5            (C) 6            (D) 7            (E) 8

8. Le carré  $PQRS$  a une aire de 900. Le point  $M$  est le milieu de  $PQ$  et le point  $N$  est le milieu de  $PS$ . Quelle est l'aire du triangle  $PMN$  ?

- (A) 100            (B) 112,5            (C) 150  
(D) 225            (E) 180

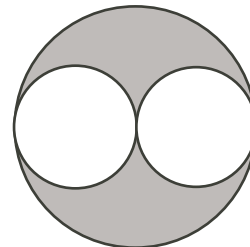


9. Parmi les droites définies par les équations suivantes, laquelle produit un triangle isocèle avec l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées ?
- (A)  $y = 4x + 4$                       (B)  $y = \frac{1}{2}x + 4$                       (C)  $y = -x + 4$   
 (D)  $y = 2x + 4$                       (E)  $y = -3x + 4$
10. Dans l'école secondaire Pascal, qui compte 400 élèves, le rapport du nombre de garçons au nombre de filles est de 3 : 2. Dans l'école secondaire Fermat, qui compte 600 élèves, le rapport du nombre de garçons au nombre de filles est de 2 : 3. Si on considère tous les élèves des deux écoles, quel est le rapport du nombre de garçons au nombre de filles ?
- (A) 2 : 3              (B) 12 : 13              (C) 1 : 1              (D) 6 : 5              (E) 3 : 2

**Partie B (6 points par bonne réponse)**

11. Si  $x$  et  $y$  sont des entiers strictement positifs tels que  $x + y = 31$ , quelle est la plus grande valeur possible de  $xy$  ?
- (A) 240              (B) 238              (C) 255              (D) 248              (E) 242
12. Au magasin La grange à gadgets Gauss, tous les items sont en solde. Le prix en solde de chaque item est 20 % de moins que le prix régulier. Le prix en solde d'un MP3 est de 112 \$. Quel serait le prix en solde du même MP3 si le prix régulier avait été réduit de 30 % ?
- (A) 78,40\$              (B) 100,80\$              (C) 89,60\$              (D) 168,00\$              (E) 98,00\$

13. Dans la figure ci-contre, les deux petits cercles touchent au grand cercle et se touchent l'un l'autre au centre du grand cercle. Le grand cercle a un rayon de 6. Quelle est l'aire de la région ombrée ?



- (A)  $27\pi$               (B)  $6\pi$               (C)  $9\pi$   
 (D)  $18\pi$               (E)  $36\pi$
14. Combien y a-t-il de couples  $(a, b)$  d'entiers strictement positifs qui vérifient l'équation  $a^2 + b^2 = 50$  ?
- (A) 0              (B) 1              (C) 3              (D) 5              (E) 7
15. Une pièce de 1 \$ a la même masse que 4 pièces de 10 ¢. Un sac rempli de pièces de 10 ¢ a la même masse qu'un autre sac contenant des pièces de 1 \$. Les pièces de 1 \$, dans ce sac, ont une valeur totale de 400 \$. Quelle est la valeur totale des pièces de 10 ¢ dans le premier sac ?
- (A) 40\$              (B) 100\$              (C) 160\$              (D) 1000\$              (E) 1600\$

16. On utilise les entiers impairs de 5 à 21 pour construire un carré magique 3 sur 3. (Dans un carré magique, les nombres de chaque rangée, de chaque colonne et de chaque diagonale ont la même somme.) On a placé les nombres 5, 9 et 17. Quelle est la valeur de  $x$  ?

	5	
9		17
$x$		

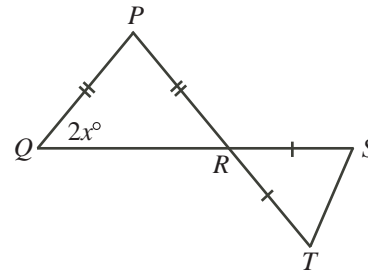
- (A) 7              (B) 11              (C) 13  
 (D) 15              (E) 19

17. Sur la droite numérique suivante, les petits points indiquent la position d'entiers consécutifs, mais les entiers ne sont pas indiqués. Les quatre gros points indiquent deux nombres qui sont des multiples de 3 et deux nombres qui sont des multiples de 5. Quel nombre est un multiple de 15 ?



- (A) A            (B) B            (C) C            (D) D            (E) E

18. Dans la figure ci-contre,  $R$  est le point d'intersection de  $PT$  et de  $QS$ ,  $PQ = PR$ ,  $RS = RT$  et  $\angle PQR = 2x^\circ$ . Quelle est la mesure de l'angle  $RST$ , en degrés ?

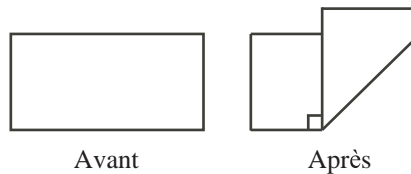


- (A)  $45 - x$       (B)  $90 + \frac{1}{2}x$       (C)  $90 - \frac{1}{2}x$   
 (D)  $45 + 2x$       (E)  $90 - x$

19. Combien y a-t-il d'entiers positifs de trois chiffres qui ont exactement un chiffre pair ?  
 (A) 350            (B) 450            (C) 375            (D) 75            (E) 125
20. Quel est le plus grand entier positif  $n$  qui satisfait à l'inéquation  $n^{200} < 3^{500}$  ?  
 (A) 13            (B) 14            (C) 15            (D) 16            (E) 17

**Partie C (8 points par bonne réponse)**

21. Une feuille de papier de forme rectangulaire mesure 17 cm sur 8 cm. On la plie de manière que les deux portions du bord inférieur forment un angle droit, comme dans la figure suivante, à droite. Quelle est l'aire de cette nouvelle figure ?



- (A)  $104 \text{ cm}^2$       (B)  $81 \text{ cm}^2$       (C)  $72 \text{ cm}^2$       (D)  $168 \text{ cm}^2$       (E)  $64 \text{ cm}^2$

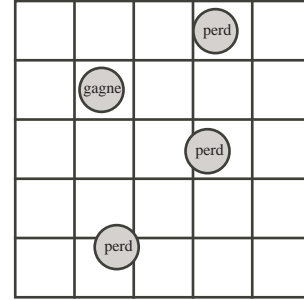
22. On considère une suite de 2010 termes. Chaque terme après le premier est 1 de plus que le terme précédent. Les 2010 termes ont une somme de 5307. Si on additionne chaque deuxième terme, en commençant par le premier et en terminant par l'avant-dernier, quelle somme obtient-on ?

- (A) 2155            (B) 2153            (C) 2151            (D) 2149            (E) 2147

23. Carole a un nombre de lingots d'or, tous de masses différentes. Elle donne à Benoît les 24 lingots les plus légers, qui forment 45 % de la masse totale. Elle donne à Maya les 13 lingots les plus lourds, qui forment 26 % de la masse totale. Elle donne les autres lingots à Blaise. Combien de lingots Blaise reçoit-il ?

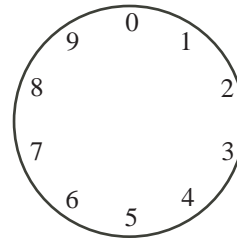
- (A) 14            (B) 15            (C) 16            (D) 17            (E) 18

24. Un disque ayant un diamètre de 8 cm est lancé sur un quadrillage 5 sur 5 dont les carreaux mesurent chacun 10 cm sur 10 cm. Le disque est dans une position gagnante si aucune partie du disque ne touche ou ne traverse une ligne du quadrillage. Autrement, il est dans une position perdante. On suppose que le disque tombe toujours au hasard et qu'aucune partie du disque ne tombe à l'extérieur du quadrillage. Quelle est la probabilité pour que le disque tombe en position gagnante ?



- (A)  $\frac{25}{441}$       (B)  $\frac{1}{25}$       (C)  $\frac{1}{49}$   
 (D)  $\frac{5}{147}$       (E)  $\frac{4\pi}{25}$

25. Stéphane place un jeton sur le 0 dans la figure ci-contre. À chaque étape, le jeton est déplacé dans le sens des aiguilles d'une montre. À la 1<sup>re</sup> étape, le jeton est déplacé de 1<sup>1</sup> place, aboutissant sur le 1. À la 2<sup>e</sup> étape, le jeton est déplacé de 2<sup>2</sup> places, aboutissant sur le 5. À la 3<sup>e</sup> étape, le jeton est déplacé de 3<sup>3</sup> places, aboutissant sur le 2. Stéphane continue de la sorte, le jeton étant déplacé de  $n^n$  places à la  $n^{\text{ième}}$  étape. Quelle sera la position du jeton après 1234 étapes ?



- (A) 1      (B) 3      (C) 5  
 (D) 7      (E) 9



## Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE



### *Pour les élèves...*

Merci d'avoir participé au concours Cayley de 2010!  
En 2009, plus de 84 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.

Allez voir sur Facebook le groupe du CEMI « Who is The Mathiest? ».

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Galois qui aura lieu le 9 avril 2010.

Visitez notre site Web au [www.cemc.uwaterloo.ca](http://www.cemc.uwaterloo.ca) pour :

- plus d'information à propos du concours Galois;
- des copies gratuites des concours précédents;
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs;
- de l'information au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours;

### *Pour les enseignants...*

Visitez notre site Web au [www.cemc.uwaterloo.ca](http://www.cemc.uwaterloo.ca) pour :

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu le 9 avril 2010;
- vous renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles pour les enseignants;
- trouver les résultats de votre école.

