



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

www.cemc.uwaterloo.ca

Concours Cayley

(10^e année – Sec. IV)

le jeudi 23 février 2012

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 24 février 2012

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF
WATERLOO

WATERLOO
MATHEMATICS

Great-West
COMPAGNIE G-M D'ASSURANCE-VIE



Canada-Vie

LA PARFAITE ALLIANCE COMMUNAUTAIRE^{MC}

Canadian
Institute of
Actuaries



Institut
canadien
des actuaires

Deloitte.

Durée : 60 minutes

©2011 University of Waterloo

L'usage de la calculatrice est permis.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur gauche de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école et le nom de la ville.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats admissibles.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Le nom de quelques-uns des candidats ayant obtenu les meilleurs résultats sera publié sur notre site web à <http://www.cemc.uwaterloo.ca>.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

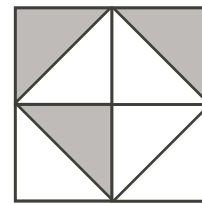
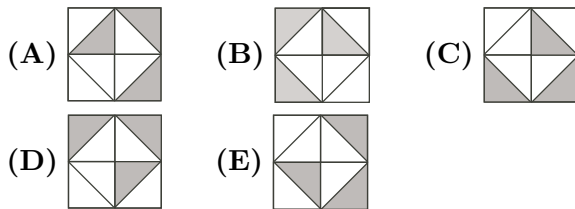
1. Quelle est la valeur de $\frac{5-2}{2+1}$?

- (A) 3 (B) 1 (C) -1 (D) -5 (E) 5

2. La moyenne de 1, 3 et x est égale à 3. Quelle est la valeur de x ?

- (A) 4 (B) 5 (C) 2 (D) 3 (E) 1

3. Laquelle des figures suivantes est obtenue en faisant subir à la figure ci-contre une rotation de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre ?



4. Quelle est la valeur de $(-1)^3 + (-1)^2 + (-1)$?

- (A) 2 (B) 1 (C) -3 (D) -1 (E) -2

5. Si $\sqrt{100-x} = 9$, quelle est la valeur de x ?

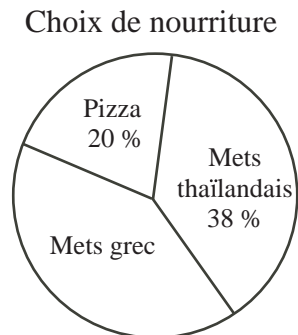
- (A) 9 (B) 91 (C) $\sqrt{19}$ (D) 97 (E) 19

6. Un panier contient 12 pommes, 15 bananes et aucun autre fruit. Si on ajoute 3 bananes au panier, alors les bananes formeront quelle fraction des fruits du panier ?

- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{9}$ (E) $\frac{5}{9}$

7. Le diagramme circulaire représente les réponses de 150 élèves à qui on a demandé de choisir de la pizza, un mets thaïlandais ou un mets grec. Combien de ces élèves ont choisi un mets grec ?

- (A) 78 (B) 32 (C) 48
(D) 58 (E) 63



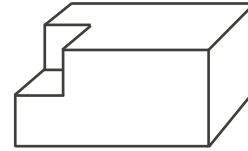
8. Quelle est la valeur du produit $\left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right)$?

- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{1}{60}$ (C) 1 (D) 3 (E) $\frac{59}{60}$

9. On a demandé à une classe de 30 élèves ce qu'ils ont fait pendant leur congé d'hiver. 20 élèves ont répondu qu'ils ont patiné. 9 élèves ont répondu qu'ils ont skié. Exactement 5 élèves ont répondu qu'ils ont patiné et skié. Combien d'élèves n'ont ni patiné, ni skié ?

(A) 1 (B) 6 (C) 11 (D) 19 (E) 4

10. Un prisme en bois à base rectangulaire mesure 4 sur 2 sur 2. On a découpé un petit cube, mesurant 1 sur 1 sur 1, d'un coin du prisme, de manière à former un nouveau solide illustré ci-contre. Quelle est l'aire totale du nouveau solide ?



(A) 34 (B) 37 (C) 40
(D) 15 (E) 39

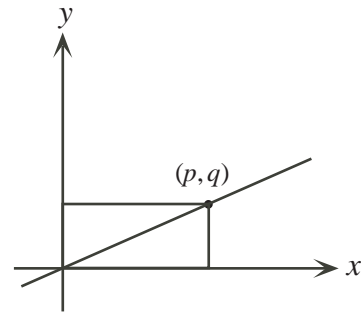
Partie B (6 points par bonne réponse)

11. Mathilde livre les journaux pendant l'été. Elle gagne 6,00 \$ l'heure plus 0,25 \$ par journal livré. Mathilde peut livrer 30 journaux par heure. Combien d'argent gagne-t-elle si elle livre les journaux pendant 3 heures ?

(A) 40,50 \$ (B) 18,75 \$ (C) 13,50 \$ (D) 25,50 \$ (E) 28,50 \$

12. Dans la figure ci-contre, le point (p, q) est situé sur la droite d'équation $y = \frac{2}{5}x$. De plus, le rectangle a une aire de 90. Quelle est la valeur de p ?

(A) 12 (B) 9 (C) 10
(D) 15 (E) 30

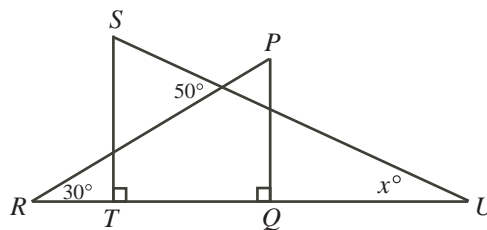


13. Il y a exactement un entier impair N , entre 400 et 600, qui est divisible par 5 et par 11. Quelle est la somme des chiffres de N ?

(A) 11 (B) 8 (C) 10 (D) 16 (E) 18

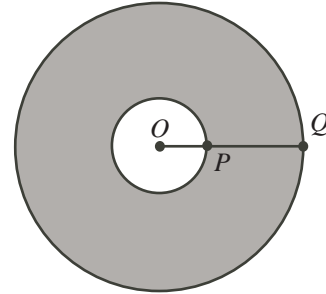
14. Dans la figure ci-contre, les triangles PQR et STU chevauchent de manière que $RTQU$ forme un segment de droite. Quelle est la valeur de x ?

(A) 10 (B) 20 (C) 30
(D) 40 (E) 50



15. Dans la figure ci-contre, les deux cercles ont pour centre O . De plus, $OP : PQ = 1 : 2$. Sachant que le grand cercle a un rayon de 9, quelle est l'aire de la région ombrée ?

- (A) 12π (B) 36π (C) 54π
 (D) 72π (E) 81π



16. On a utilisé l'équation $y = ax^2 + bx + c$ pour créer la table de valeurs suivante :

x	0	1
y	8	9

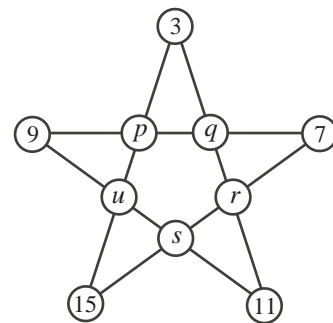
Quelle est la valeur de $a + b$?

- (A) -2 (B) 1 (C) 3 (D) 5 (E) -5
17. On a coupé une ficelle en 4 morceaux, tous de différentes longueurs. Si on place les ficelles en ordre selon leur longueur, chaque longueur est 2 fois celle du morceau précédent. La longueur du plus grand morceau est quelle fraction de la longueur de la ficelle initiale ?
- (A) $\frac{8}{15}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{6}{13}$ (E) $\frac{1}{4}$
18. On a écrit six entiers consécutifs au tableau. Lorsqu'on efface un des entiers, les cinq autres entiers ont une somme de 2012. Quelle est la somme des chiffres de l'entier qui a été effacé ?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 9 (E) 11

19. Dans l'étoile ci-contre, la somme des quatre entiers sur n'importe quel segment est la même. Cinq entiers ont déjà été placés. Les cinq autres entiers sont 19, 21, 23, 25 et 27. Lequel de ces entiers est représenté par q ?

- (A) 25 (B) 21 (C) 23
 (D) 27 (E) 19



20. Soit N le plus petit entier positif dont les chiffres ont un produit de 2700. Quelle est la somme des chiffres de N ?

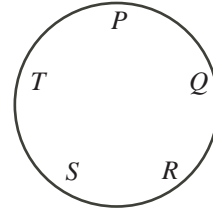
- (A) 23 (B) 24 (C) 25 (D) 26 (E) 27

Partie C (8 points par bonne réponse)

21. Si x et y sont des entiers strictement positifs tels que $x > y$ et $x + xy = 391$, quelle est la valeur de $x + y$?

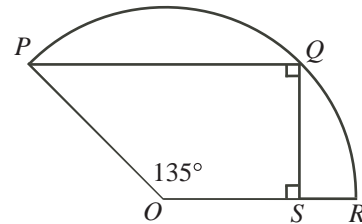
- (A) 38 (B) 39 (C) 40 (D) 41 (E) 42

22. Cinq singes sont assis autour d'une table. Leurs places sont indiquées par les lettres P , Q , R , S et T , placées en ordre, dans le sens des aiguilles d'une montre, comme dans la figure ci-contre. Les cinq singes sont numérotés au hasard et on les appelle Singe 1, Singe 2, Singe 3, Singe 4 et Singe 5. Singe 1 reste assis à sa place. Les quatre autres singes s'assoient ensuite aux places libres de manière que l'on retrouve Singe 1, Singe 2, Singe 3, Singe 4 et Singe 5 assis dans cet ordre, dans le sens des aiguilles d'une montre. Quelle est la probabilité pour que le singe qui était à la place R se retrouve maintenant à la place P ?



- (A) $\frac{1}{20}$ (B) $\frac{1}{10}$ (C) $\frac{3}{20}$
 (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{4}$

23. Dans la figure ci-contre, les points P , Q et R sont situés sur un cercle de centre O et de rayon 12. Le point S est situé sur le segment OR . Si $\angle POR = 135^\circ$, l'aire du trapèze $OPQS$ est plus près de :



- (A) 216 (B) 144 (C) 108
 (D) 112,5 (E) 114,6

24. Six amis échangent des livres dans leur club de lecture. Chaque ami a un livre qu'il donne à un ami et reçoit un livre d'un autre ami. (Aucune paire d'amis n'échangent leur livre l'un avec l'autre.) Combien y a-t-il de façons d'échanger les livres?

- (A) 200 (B) 120 (C) 140 (D) 240 (E) 160

25. Les chiffres de l'entier positif n ne comprennent aucun 9, mais ils comprennent exactement quatre 8, exactement trois 7, exactement deux 6 et d'autres chiffres. Sachant que la somme des chiffres de n est égale à 104 et que la somme des chiffres de $2n$ est égale à 100, combien de fois le chiffre 5 paraît-il dans n ?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4



Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Cayley de 2012!

En 2011, plus de 81 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Galois qui aura lieu en avril.

Visitez notre site Web pour :

- plus d'information à propos du concours Galois;
- des copies gratuites des concours précédents;
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs;
- de l'information au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours.

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web pour :

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu en avril;
- vous renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles pour les enseignants;
- trouver les résultats de votre école.

www.cemc.uwaterloo.ca