



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Hypatie

(11^e année – Sec. V)

le jeudi 18 avril 2013

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 19 avril 2013

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF
WATERLOO

WATERLOO
MATHEMATICS

Deloitte.

©2013 University of Waterloo

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.



Durée : 75 minutes

Nombre de questions : 4

L'utilisation d'une calculatrice est permise.

Chaque question vaut 10 points.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci : 
 - Chacune vaut 2 ou 3 points.
 - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
 - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci : 
 - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
 - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse
 - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
 - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.



ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les calculs et les réponses sous forme de valeurs exactes, comme $\pi + 1$ et $\sqrt{2}$, et ainsi de suite, plutôt que 4,14... ou 1,41..., sauf indication contraire.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au www.cemc.uwaterloo.ca. Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

REMARQUES

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de  , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de  , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.

1. À l'ouverture du centre commercial JK, certains clients chanceux peuvent participer à la remise d'un cadeau en argent. Une grande boîte est remplie de billets de 5 \$, de 10 \$, de 20 \$ et de 50 \$. La cliente ou le client chanceux peut plonger la main dans la boîte et en retirer une poignée de billets.



- (a) Rad retire au moins deux billets de chaque sorte pour une somme de 175 \$. Combien de billets Rad a-t-il retirés en tout ?



- (b) Sandy retire exactement cinq billets et elle remarque qu'elle a au moins un billet de chaque sorte. Quelles sont les sommes possibles d'argent qu'elle a pu retirer ?



- (c) Lino retire six billets ou moins pour une somme de 160 \$. Il y a exactement quatre possibilités pour le nombre de billets de chaque sorte que Lino a pu retirer. Déterminer ces quatre possibilités.

2. Une parabole a pour équation $y = (x - 3)^2 + 1$.



- (a) Quelles sont les coordonnées du sommet de la parabole ?



- (b) On crée une nouvelle parabole en faisant subir à la parabole précédente une translation de 3 unités vers la gauche et 3 unités vers le haut. Quelle est l'équation de la nouvelle parabole ?



- (c) Déterminer les coordonnées du point d'intersection des deux paraboles.



- (d) La parabole d'équation $y = ax^2 + 4$, $a < 0$, touche la parabole d'équation $y = (x - 3)^2 + 1$ en exactement un point. Déterminer la valeur de a .

3. Une suite formée de m fois la lettre P et de n fois la lettre Q, $m > n$, est appelée *non prédictive* s'il y a un endroit dans la suite où le nombre de lettres Q comptées à partir de la gauche est supérieur ou égal au nombre de lettres P comptées à partir de la gauche. Par exemple si $m = 5$ et $n = 2$, la suite PPQQPPP est non prédictive, car si on compte les quatre premières lettres à partir de la gauche, le nombre de lettres Q est égal au nombre de lettres P. De même, la suite QPPPQPP est non prédictive, car si on compte une lettre à partir de la gauche, le nombre de lettres Q est supérieur au nombre de lettres P.



(a) Si $m = 7$ et $n = 2$, déterminer le nombre de suites non prédictives qui commencent par la lettre P.



(b) On suppose que $n = 2$. Démontrer que pour toute valeur de m supérieure à 2, le nombre de suites non prédictives qui commencent par la lettre P est égal au nombre de suites non prédictives qui commencent par la lettre Q.

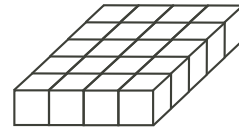


(c) Déterminer le nombre de suites non prédictives qui existent lorsque $m = 10$ et $n = 3$.

4.



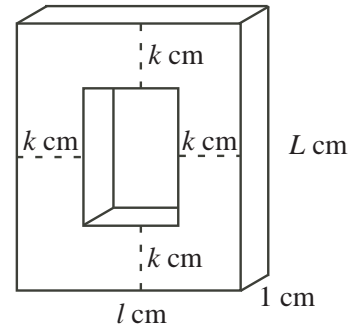
(a) Vingt cubes ayant chacun des arêtes de 1 cm, sont placés en 4 rangées de 5, comme dans la figure ci-contre. Quelle est l'aire totale du prisme à base rectangulaire qui est formé ?



(b) Un certain nombre de cubes, ayant chacun des arêtes de 1 cm, sont placés de manière à former un prisme à base rectangulaire d'une hauteur de 1 cm de sorte que le prisme ait une aire totale de 180 cm^2 . Déterminer le nombre de cubes qui forment le prisme.



(c) Un certain nombre de cubes, ayant chacun des arêtes de 1 cm, sont placés de manière à former un prisme à base rectangulaire ayant une longueur de L cm, une largeur de l cm et une épaisseur de 1 cm. On forme un cadre en enlevant un prisme à base rectangulaire ayant une épaisseur de 1 cm et situé à k cm de chaque côté du prisme initial, comme dans la figure ci-contre. Les valeurs de L , de l et de k sont des entiers strictement positifs. Sachant que ce cadre a une aire totale de 532 cm^2 , déterminer toutes les valeurs possibles de L et de l pour lesquelles $L \geq l$.





Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Hypatie de 2013!

En 2012, plus de 13 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Fryer, Galois et Hypatie.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre.

Visitez notre site Web pour

- des copies gratuites des concours précédents
- des ateliers pour vous aider à vous préparer pour les prochains concours
- des renseignements au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web pour

- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2013/2014
- vous renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles pour les enseignants
- trouver les résultats de votre école
- vous inscrire au Problème de la semaine
- obtenir des renseignements au sujet de notre programme de Master of Mathematics for Teachers (maîtrise en mathématiques pour enseignants)