



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

# Concours Fryer

(9<sup>e</sup> année – Sec. III)

le mercredi 16 avril 2014

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 17 avril 2014

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)

UNIVERSITY OF  
**WATERLOO**

**WATERLOO**  
MATHEMATICS

**Deloitte.**

©2014 University of Waterloo

*Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.*



Durée : 75 minutes

Nombre de questions : 4

L'utilisation d'une calculatrice est permise.

Chaque question vaut 10 points.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci : 
  - Chacune vaut 2 ou 3 points.
  - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
  - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci : 
  - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
  - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
  - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
  - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.



## ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.





- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les calculs et les réponses sous forme de valeurs exactes, comme  $\pi + 1$  et  $\sqrt{2}$ , et ainsi de suite, plutôt que 4,14... ou 1,41..., sauf indication contraire.


*Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.*

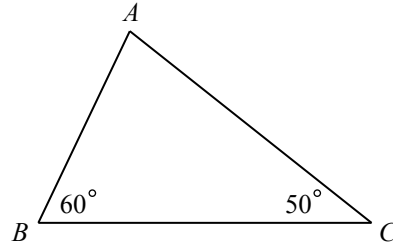
*Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au [www.cemc.uwaterloo.ca](http://www.cemc.uwaterloo.ca). Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.*


REMARQUES

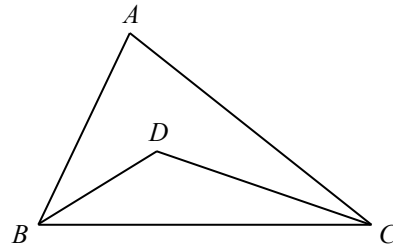
1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de  , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de  , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.


1.  (a) Les entiers de 1 à 99 sont écrits l'un à côté de l'autre pour former l'entier 123456789101112...9899. Combien de chiffres cet entier a-t-il?
-  (b) Les entiers de 1 à 199 sont écrits l'un à côté de l'autre pour former l'entier 123456789101112...198199. Combien de chiffres cet entier a-t-il?
-  (c) Les entiers de 1 à  $n$  sont écrits l'un à côté de l'autre pour former un entier. Sachant que cet entier compte 1155 chiffres, déterminer la valeur de  $n$ .
-  (d) Les entiers de 1 à 1000 sont écrits l'un à côté de l'autre pour former un entier. Déterminer le 1358<sup>e</sup> chiffre de cet entier.

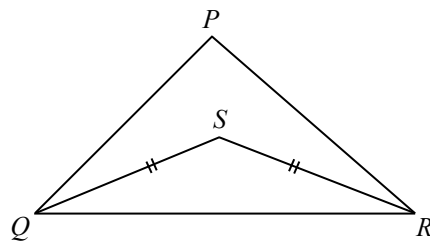
2.  (a) Dans le triangle  $ABC$ , on a  $\angle ABC = 60^\circ$  et  $\angle ACB = 50^\circ$ . Quelle est la mesure de l'angle  $BAC$ ?




-  (b) La *bissectrice* d'un angle est un segment qui divise l'angle en deux angles égaux. Dans le triangle  $ABC$ , on a  $\angle ABC = 60^\circ$  et  $\angle ACB = 50^\circ$ . Sachant que  $BD$  et  $CD$  sont les bissectrices respectives des angles  $ABC$  et  $ACB$ , quelle est la mesure de l'angle  $BDC$ ?

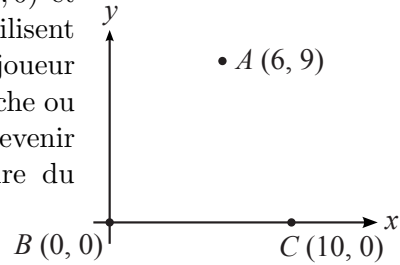


-  (c) Le point  $S$  est situé à l'intérieur du triangle  $PQR$  de manière que  $QS$  et  $RS$  soient les bissectrices respectives des angles  $PQR$  et  $PRQ$  et que  $QS = RS$ . Sachant que  $\angle QSR = 140^\circ$ , déterminer la mesure de l'angle  $QPR$ , tout en justifiant sa démarche.



-  (d) On considère le triangle  $PQR$ .  $QS$  et  $RS$  sont les bissectrices respectives des angles  $PQR$  et  $PRQ$ . De plus,  $QS = RS$  (comme dans la partie (c)). Expliquer pourquoi il est impossible que  $\angle QSR = 80^\circ$ .

3. Au départ, le triangle  $ABC$  a pour sommets  $A(6, 9)$ ,  $B(0, 0)$  et  $C(10, 0)$ , comme dans la figure ci-contre. Deux joueurs utilisent le triangle  $ABC$  pour jouer un jeu. À chaque tour, un joueur peut faire bouger le sommet  $A$  d'une unité, soit vers la gauche ou vers le bas. Aucune des coordonnées du point  $A$  ne peut devenir strictement négative. Le joueur qui réussit à rendre l'aire du triangle  $ABC$  égale à 25 gagne la partie.



- (a) Quelle est l'aire du triangle  $ABC$  au départ ?



- (b) Damien et Édith jouent une partie. Après plusieurs mouvements, le sommet  $A$  est situé au point  $(2, 7)$ . C'est au tour de Damien de jouer. Expliquer comment Édith peut toujours gagner à partir de cette position.



- (c) Farid et Gilles jouent plusieurs parties, Farid jouant toujours le premier. Il existe une *stratégie gagnante* pour un de ces joueurs ; c'est-à-dire qu'en suivant les règlements d'une façon particulière, il peut toujours gagner, peu importe comment son adversaire joue.

- (i) Lequel des deux joueurs a une stratégie gagnante ?
- (ii) Décrire la stratégie gagnante de ce joueur.
- (iii) Justifier pourquoi la stratégie décrite dans la partie (ii) mène toujours à une victoire.

4. L'ensemble  $A = \{1, 2\}$  admet exactement quatre sous-ensembles :  $\{\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{2\}$  et  $\{1, 2\}$ . Les quatre sommes correspondantes des sous-ensembles de  $A$  sont 0, 1, 2 et 3. La somme des sommes des sous-ensembles de  $A$  est égale à  $0 + 1 + 2 + 3$ , ou 6. On remarque que  $\{\}$  est l'ensemble vide et que l'ensemble  $\{1, 2\}$  est le même que l'ensemble  $\{2, 1\}$ .



- (a) L'ensemble  $\{1, 2, 3\}$  admet exactement huit sous-ensembles. Il admet donc huit sommes de sous-ensembles. Énumérer les huit sommes des sous-ensembles de l'ensemble  $\{1, 2, 3\}$ .



- (b) Déterminer la somme des sommes des sous-ensembles de l'ensemble  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ , tout en justifiant sa démarche.



- (c) Déterminer la somme des sommes des sous-ensembles de l'ensemble  $\{1, 3, 4, 5, 7, 8, 12, 16\}$  qui sont divisibles par 4, tout en justifiant sa démarche.



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

*Pour les élèves...*

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2014!

En 2013, plus de 15 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Fryer, Galois et Hypatie.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre.

Visitez notre site Web pour

- des copies gratuites des concours précédents
- des ateliers pour vous aider à vous préparer pour les prochains concours
- des renseignements au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours

*Pour les enseignants...*

Visitez notre site Web pour

- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2014/2015
- vous renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles pour les enseignants
- trouver les résultats de votre école
- vous inscrire au Problème de la semaine
- obtenir des renseignements au sujet de notre programme de Master of Mathematics for Teachers (maîtrise en mathématiques pour enseignants)