



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

# Concours Fryer

(9<sup>e</sup> année – Sec. III)

le mercredi 12 avril 2017

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le jeudi 13 avril 2017

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF  
**WATERLOO**

Durée : 75 minutes

©2017 University of Waterloo

*Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.*

Nombre de questions : 4

Chaque question vaut 10 points.

L'utilisation d'une calculatrice est permise, mais il est interdit d'utiliser un appareil ayant accès à Internet, pouvant communiquer avec d'autres appareils ou contenant des renseignements enregistrés au préalable. Par exemple, il est interdit d'utiliser un téléphone intelligent ou une tablette.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :



- Chacune vaut 2 ou 3 points.
- Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
- **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.

2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :



- Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
- La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
- Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
- Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

**ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.**

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple,  $\pi + 1$  et  $1 - \sqrt{2}$  sont des nombres exacts simplifiés.

*Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.*

*Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca). Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.*

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent être présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par  $y = x^3 - x$ , mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

1. Un magasin vend des boîtes de stylos rouges et des boîtes de stylos bleus. Les stylos rouges se vendent seulement en boîtes de 6 stylos. Les stylos bleus se vendent seulement en boîtes de 9 stylos.



(a) Igor a acheté 5 boîtes de stylos rouges et 3 boîtes de stylos bleus. Combien de stylos a-t-il achetés en tout ?



(b) Rachel a acheté 369 stylos. Elle a acheté 21 boîtes de stylos rouges. Combien de boîtes de stylos bleus a-t-elle achetées ?



(c) Expliquer pourquoi il est impossible pour Suzanne d'acheter exactement 31 stylos.

2. En utilisant un dénominateur commun, on voit que  $\frac{1}{3}$  est supérieur à  $\frac{1}{7}$  puisque  $\frac{7}{21} > \frac{3}{21}$ .  
De même, on voit que  $\frac{1}{3}$  est inférieur à  $\frac{1}{2}$  puisque  $\frac{2}{6} < \frac{3}{6}$ .



(a) Déterminer l'entier  $n$  pour lequel  $\frac{n}{40}$  est supérieur à  $\frac{1}{5}$  et inférieur à  $\frac{1}{4}$ .

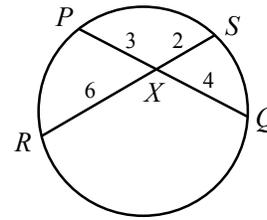


(b) Déterminer tous les entiers  $m$  possibles pour lesquels  $\frac{m}{8}$  est supérieur à  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{m+1}{8}$  est inférieur à  $\frac{2}{3}$ .



(c) Fiona calcule son *ratio de victoires* en divisant le nombre de matchs qu'elle a gagnés par le nombre de matchs joués. Au début du weekend, Fiona avait joué 30 matchs, avait gagné  $g$  matchs et son ratio de victoires était supérieur à 0,5. Pendant le weekend, elle joue cinq matchs et remporte trois victoires. À la fin du weekend, le ratio de victoires de Fiona est inférieur à 0,7. Déterminer toutes les valeurs possibles de  $g$ .

3. Lorsque deux cordes se coupent dans un cercle, le produit des longueurs des deux segments de l'une est égal au produit des longueurs des deux segments de l'autre. Ainsi lorsque  $PQ$  et  $RS$  se coupent en  $X$ , alors  $(PX)(QX) = (RX)(SX)$ .



- (a) Dans la figure A ci-dessous, les cordes  $DE$  et  $FG$  se coupent en  $X$  de manière que  $EX = 8$ ,  $FX = 6$  et  $GX = 4$ . Quelle est la longueur de  $DX$  ?



- (b) Dans la figure B, les cordes  $JK$  et  $LM$  se coupent en  $X$  de manière que  $JX = 8y$ ,  $KX = 10$ ,  $LX = 16$  et  $MX = y + 9$ . Déterminer la valeur de  $y$ .



- (c) Dans la figure C, la corde  $ST$  coupe les cordes  $PQ$  et  $PR$  au points respectifs  $U$  et  $V$  de manière que  $PU = m$ ,  $QU = 5$ ,  $RV = 8$ ,  $SU = 3$ ,  $UV = PV = n$  et  $TV = 6$ . Déterminer les valeurs de  $m$  et  $n$ .

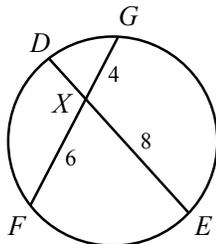


Figure A

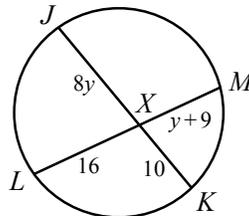


Figure B

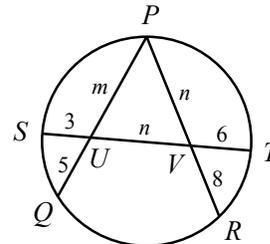


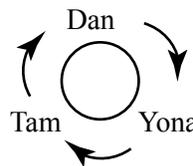
Figure C

4. Trois élèves sont assis autour d'une table. Chacun a un nombre de bonbons. Ils partagent leurs bonbons selon la procédure suivante :

- 1<sup>re</sup> étape : Chaque élève qui a un nombre impair de bonbons se débarrasse d'un bonbon. Les élèves qui ont un nombre pair de bonbons ne font rien.
- 2<sup>e</sup> étape : Chaque élève remet à l'élève assis à sa gauche la moitié des bonbons qu'il lui reste après la 1<sup>re</sup> étape.
- Les deux étapes sont répétées jusqu'à ce que les trois élèves aient un nombre égal de bonbons. La procédure est alors terminée.

Lundi, Dan, Yona et Tam ont respectivement 3, 7 et 10 bonbons au départ. Après chacune des deux étapes, les nombres de bonbons de chacun sont indiqués dans le tableau suivant :

	Dan	Yona	Tam
Au départ	3	7	10
Après la 1 <sup>re</sup> étape	2	6	10
Après la 2 <sup>e</sup> étape	6	4	8



- (a) Dans cet exemple, combien de bonbons chaque élève a-t-il lorsque la procédure est terminée ?



- (b) Mardi, au départ, Dan a 16 bonbons tandis que Yona et Tam n'en ont aucun. Combien de bonbons chaque élève a-t-il lorsque la procédure est terminée ?



- (c) Mercredi, au départ, Dan a  $2n$  bonbons tandis que Yona et Tam ont chacun  $2n+3$  bonbons. Déterminer, en fonction de  $n$ , le nombre de bonbons qu'a chaque élève lorsque la procédure est terminée. Justifier sa démarche.



- (d) Jeudi, au départ, Dan a  $2^{2017}$  bonbons tandis que Yona et Tam n'en ont aucun. Déterminer le nombre de bonbons qu'a chaque élève lorsque la procédure est terminée. Justifier sa démarche.



Le CENTRE d'ÉDUCATION en  
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE  
*cemc.uwaterloo.ca*

*Pour les élèves...*

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2017! Chaque année, plus de 220 000 élèves, provenant de 60 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2017.

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- des copies gratuites des concours précédents
- des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

*Pour les enseignants...*

Visitez notre site Web au [cemc.uwaterloo.ca](http://cemc.uwaterloo.ca) pour :

- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2017/2018
- inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11<sup>e</sup> et 12<sup>e</sup> année
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours