



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Fryer

(9^e année – Sec. III)

le jeudi 12 avril 2018

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 13 avril 2018

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF
WATERLOO

Durée : 75 minutes

©2018 University of Waterloo

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4

Chaque question vaut 10 points.

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable, telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera, (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci :



- Chacune vaut 2 ou 3 points.
- Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
- **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.

2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci :



- Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
- La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
- Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
- Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple, $\pi + 1$ et $1 - \sqrt{2}$ sont des nombres exacts simplifiés.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca. Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

- Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
- Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
- Pour une question accompagnée de  , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
- Pour une question accompagnée de  , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
- Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
- Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent être présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
- Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

1. Au Marché des fruits Sabine, on vend des cerises, des prunes et des bleuets. Le prix d'une boîte de fruits de chaque sorte est indiqué dans le tableau ci-contre.

| Fruit | cerises | prunes | bleuets |
|-------|---------|---------|---------|
| Prix | 2,00 \$ | 3,00 \$ | 4,50 \$ |



- (a) Lundi, Sacha se rend au Marché des fruits Sabine. Il achète 4 boîtes de cerises, 3 boîtes de prunes et 2 boîtes de bleuets. Combien a-t-il dépensé en tout ?



- (b) Mercredi, Sacha achète 2 boîtes de prunes. Il achète aussi quelques boîtes de cerises, mais aucune boîte de bleuets. Il a dépensé 22,00 \$ en tout. Combien de boîtes de cerises a-t-il achetées ?



- (c) Samedi, Sacha achète deux fois plus de boîtes de prunes que de boîtes de cerises. Il achète aussi 3 boîtes de bleuets. Sachant qu'il a rendu 100 \$ à la caissière et qu'elle lui a remis 14,50 \$ en monnaie, combien de boîtes de cerises Sacha a-t-il achetées ?

2. Dans les figures ci-contre, $ABCD$ représente un champ rectangulaire. Des mâts sont placés à trois endroits, soit aux points M sur BC , P sur AD et Q sur CD . Paul court le long du chemin $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow M \rightarrow A$. Théo court le long du chemin $A \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$.



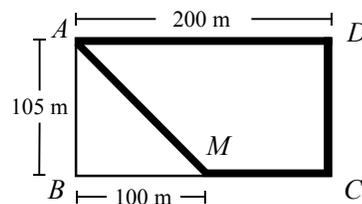
- (a) Quelle est la longueur de MA ?



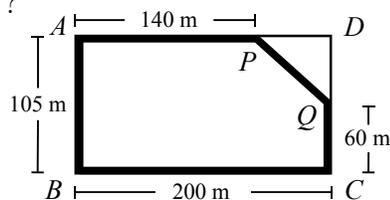
- (b) Quelle est la distance totale parcourue par Théo ?



- (c) Paul et Théo partent en même temps. Théo court à une vitesse de 145 m/min. Paul court à une vitesse constante et termine 1 minute après Théo. Déterminer la vitesse de Paul en m/min.



Chemin parcouru par Paul



Chemin parcouru par Théo

3.  (a) Une droite a pour équation $y = 2x - 6$. Quelle est son abscisse à l'origine et quelle est son ordonnée à l'origine ?
-  (b) Une droite a pour équation $y = kx - 6$ ($k \neq 0$). Quelle est son abscisse à l'origine ? Exprimer la réponse en fonction de k .
-  (c) Un triangle est formé par la partie positive de l'axe des abscisses, la partie négative de l'axe des ordonnées et la droite d'équation $y = kx - 6$ ($k > 0$). Ce triangle a une aire de 6. Déterminer la valeur de k .
-  (d) Un triangle est formé par la partie positive de l'axe des abscisses, la droite d'équation $y = mx - m^2$ et la droite d'équation $y = 2mx - m^2$. Déterminer toutes les valeurs de m ($m > 0$) pour lesquelles l'aire du triangle est égale à $\frac{54}{125}$.
4. Un *nombre de Bauman* est un entier positif dont chacun des chiffres est un 1 ou un 2. Chaque nombre de Bauman est composé de *tranches* de chiffres. Une tranche est formée d'au moins un chiffre et de tous les chiffres pareils qui le suivent immédiatement. Par exemple, 222211112111 est un nombre de Bauman de 13 chiffres qui contient quatre tranches, soit une tranche de quatre 2, suivie d'une tranche de cinq 1, suivie d'une tranche de un 2, suivie d'une tranche de trois 1 ; le nombre 2222222 est un nombre de Bauman de 7 chiffres qui ne contient qu'une tranche, soit une tranche de sept 2.
-  (a) Combien y a-t-il de nombres de Bauman de 3 chiffres ?
-  (b) Combien y a-t-il de nombres de Bauman de 10 chiffres composés de moins de trois tranches ?
-  (c) Déterminer combien il y a de nombres de Bauman composés d'au plus trois tranches et dont la somme des chiffres est égale à 7.
-  (d) Certains nombres de Bauman contiennent une tranche d'exactly 2018 chiffres 2. Déterminer combien il y a de nombres de Bauman de 4037 chiffres qui ont au moins une tranche de 2018 chiffres 2.



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fryer de 2018! Chaque année, plus de 240 000 élèves, provenant de 75 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2018.

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- des copies gratuites des concours précédents
- des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2018/2019
- inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11^e et 12^e année
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours