Réponses au groupe de pratiques numéro 2

Pascal

1) C 2) E 3) D 4) D 5) C 6) B 7) E 8) E 9) D 10) D

Cayley

1) D 2) B 3) C 4) D 5) E 6) B 7) B 8) E 9) C 10) C

Fermat

1) E 2) E 3) E 4) A 5) C 6) B 7) E 8) B 9) C 10) E

Indices, suggestions, and quelques solutions:

Pascal

1. Puisque le périmètre est 64, 32 piquets sont exigés.
2. Attention à l'inversement ! On ne vous demande pas 1,8% de 540.
3. Simplement ajouter $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$.
4. Le milieu est sur l'axe x et donc sa coordonnée sur y est 0. Puisque ce nombre est la moyenne des coordonnés y des points des extrémités $y = -4$.
5. Changer les proportions données 10 : 15 et 15 : 24 pour que "y" soit représenté par la même quantité !
6. Le côté gauche $= 3(3^{10}) = 3^{10+1}$.
7. Puisque $V = LWH$, le nouveau volume est $(1{,}2)L(1{,}2)W(1{,}2)H = 1{,}728V$.
8. Observez les aires au-dessus et en-dessous de BD séparément. Pour déterminer l'aire d'une forme peu commune, il aide parfois de s'intéresser à ce qui *n'est pas* là.
9. Intéressez vous à la factorisation de 1872 par un nombre premier.
10. Comptez les triangles vers l'extérieur à partir du sommet A. Faites la même chose à partir du sommet B mais attention à ne pas les compter deux fois.

Cayley

1. $x^2 - y^2 = 4 - 25 = -21$.
2. Les intersections de la ligne sont 18 et -10 donc l'aire est 90.
3. L'aire du parallélogramme est l'aire du rectangle moins celle des 4 triangles tels que AXY. L'aire de chacun des 4 triangles est $\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{9}$ des aires des rectangles. Ainsi, l'aire du parallélogramme est $\frac{5}{9}$ du rectangle.
4. Nous savons que $(a-b)x = a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$. Donc si $a - b \neq 0$, $x = a + b$.

5. En égalisant les deux parties gauches des équations, puisqu'elles sont toutes deux égales à 1, on trouve que $x = y$. En substituant ceci dans l'une et l'autres des équations, $\left(\frac{5}{12}\right) x = 1$ et $x = 2.4 = y$.

6. L'aire du triangle est égale à la moitié de celle du parallélogramme, et ce, où que l'on place le 4ème sommet (il y a trois possibilités).. Mais le triangle ABC est à angle droit (vérifier les pentes). Son aire est $\left(\frac{1}{2}\right)(10)(10) = 50$.

7. Comme $27^{27} = (3^3)^{27} = 3^{81}$, alors on a $3(3^{81}) = 3^{82}$.

8. Les nombres 7, 8, 9 ont les propriétés de divisibilité mais sont trop petits. La série de nombres suivante est $7 \times 8 \times 9 = 504$ plus grande, et est 511, 512, 513.

9. Considérez la réflexion de $C(8, 3)$ sur l'axe de x à $D(8, -3)$. la distance $BC = BD$ étant donné que B est sur l'axe de x. Donc $AB + BC = AB + BD$. Mais la distance $AB + BD$ est minime quand AD est tout droit. Donc trouvez simplement l'intersection x de AD, la ligne $y = -x + 5$.

10. La figure donnée est une forme de diamant dont les sommets sont $(10, 0), (0, 10), (-10, 0)$ et $(0, -10)$. Le nombre de points dans chaque quadrant (pas sur les axes) est $1 + 2 + 3 + \cdots 99 = 4950$. Il y a 401 points sur les axes.

Fermat

1. $(-10)^2 = 100$.

2. Si $x + y = 5k$, $y + z = 11k$ et $z + x = 12k$, en additionnant on obtient, $2(x + y + z) = 28k$. Donc $x = 14k - 11k = 3k$ etc.

3. Comme $28 = 2^2 \cdot 7$ on demande $A = 2 \cdot 7^2 = 98$.

4. D'abord $n = 2$. Ensuite $35 + 2m = 15$ donc $m = -10$. Ensuite $p = -50$.

5. Les côtés du triangle ACO ont un rapport de $1 : 1 : \sqrt{2}$.

6. Utilisez $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$!

7. $BD : DC = 27 : 18 = 3 : 2$. Donc les aires $|\triangle ABD| : |\triangle ACD| = 3 : 2$. Par conséquent, l'aire de PAB est 90.

8. En multipliant, on obtient $a^5 b^5 = 72 \cdot 108 = 2^5 \cdot 3^5$.

9. On utilise N, D, Q pour représenter le nombre de pièces de 5, 10 et 25 centimes que l'on a $N + D + Q = 110$ et $5N + 10D + 25Q = 1000$. En multipliant la première équation par 10 puis en soustrayant on obtient $N = 20 + 3Q$. En remplaçant dans l'équation, on obtient $D = 90 - 4Q$. Donc $Q = 0, 1, 2, \ldots, 22$.

10. Trois situations sont possibles :

    i) Exposant 0 et base non-nulle.

    ii) Base égale à 1.

    iii) Base égale à -1 et l'exposant s'égalise.

    Chaque situation donne lieu à deux solutions.