# CEMI à la maison

## 7e et 8e année - mardi 14 avril 2020

## Équilibrer la balance

1. Cindy a deux petites citrouilles identiques, deux citrouilles moyennes identiques et deux grosses citrouilles identiques.

- Cindy pèse une petite et une citrouille moyenne ensemble. Leur masse totale est de 12 kg.
- Cindy pèse une petite et une grosse citrouille ensemble. Leur masse totale est de 13 kg.
- Cindy pèse une moyenne et une grosse citrouille ensemble. Leur masse totale est de 15 kg.

Peux-tu déterminer la masse de chaque taille de citrouille ?

*Pour ce faire, tu pourrais jouer avec les différents nombres jusqu'à trouver trois nombres qui pourraient correspondre aux trois masses différentes ou tu pourrais rassembler des objets (cure-dents, pièce de monnaie, ou trombones) représentant chacun 1 kg et réfléchir à la manière de les répartir entre les citrouilles.*

2. Regarde une vidéo du didacticiel du CEMI dans la rubrique résolution de problèmes et découvertes mathématiques (« Problem Solving and Mathematical Discovery ») qui présente une solution à un problème très similaire à la question 1. : https://courseware.cemc.uwaterloo.ca/40/assignments/1039/1.

*Nous t'encourageons à regarder du début jusqu'à 2 min 33 s et à partir de 4 min 15 s jusqu'à la fin. La section de 2 min 33 s à 4 min 15 s vaut également la peine d'être regardée, mais elle peut contenir plus de notions d'algèbre que ce que tu as pu étudier auparavant.*

3. Maxime a deux petits bureaux identiques, deux bureaux moyens identiques et deux grands bureaux identiques.

- Maxime pèse un petit et un bureau moyen ensemble. Leur masse totale est de 47 kg.
- Maxime pèse un petit et un grand bureau ensemble. Leur masse totale est de 80 kg.
- Maxime pèse un bureau moyen et un grand ensemble. Leur masse totale est de 91 kg.

Ensuite, Maxime place les six bureaux sur la balance, deux à la fois, dans l'ordre suivant : un petit et un moyen, le deuxième petit et un grand, et le deuxième moyen et le deuxième grand.

(a) Quelle est la masse totale des six bureaux ?
(b) Quelle est la masse totale d'un petit, un moyen et un grand bureau ensemble ?
(c) Comment peux-tu utiliser ta réponse à la question (b), avec les masses originales de 47 kg, 80 kg et 91 kg, pour déterminer la masse de chaque taille de bureau ?

*Pour t'aider à résoudre ce problème, tu pourrais utiliser trois paires d'objets pour remplacer ces bureaux. Utilise une table comme balance et ajoute les objets dans le même ordre que Maxime. Note la masse totale sur un morceau de papier au fur et à mesure que tu ajoutes une nouvelle paire d'objets à la balance.*

**Extension :** Walt a deux petits éléphants identiques, deux éléphants moyens identiques et deux grands éléphants identiques.

- Walt pèse un petit et un éléphant moyen ensemble. Leur masse totale est de 7390 kg.
- Walt pèse un petit et un grand éléphant ensemble. Leur masse totale est de 9039 kg.
- Walt pèse un moyen et un grand éléphant ensemble. Leur masse totale est de 11 051 kg.

Peux-tu déterminer la masse de chaque taille d'éléphant ?

---

**Plus d'infos :**

Consulte la page internet du CEMI à la maison, mardi 21 avril, pour une solution à Équilibrer la balance.

# CEMC at Home

## Grade 7/8 - Tuesday, April 14, 2020

## Balancing the Scale

1. Suppose that each small pumpkin weighs 5 kg, each medium pumpkin weighs 7 kg, and each large pumpkin weighs 8 kg.
   Then the total mass of one small pumpkin and one medium pumpkin is $5\text{ kg} + 7\text{ kg} = 12\text{ kg}$.
   Also, the total mass of one small pumpkin and one large pumpkin is $5\text{ kg} + 8\text{ kg} = 13\text{ kg}$.
   Further, the total mass of one medium pumpkin and one large pumpkin is $7\text{ kg} + 8\text{ kg} = 15\text{ kg}$.
   These are the correct totals.

2. No solution.

3. (a) Try drawing pictures that show the desks being added as you follow through this solution.
   When the first two desks are put on the scale, the scale reads 47 kg.
   When the next two desks are put on the scale, the scale reads $47\text{ kg} + 80\text{ kg}$.
   When the final two desks are put on the scale, the scale reads $47\text{ kg} + 80\text{ kg} + 91\text{ kg}$.
   Therefore, the total mass of the six desks is $47\text{ kg} + 80\text{ kg} + 91\text{ kg} = 218\text{ kg}$.

   (b) The six desks that have a total mass of 218 kg include two small desks, two medium desks, and two large desks.
   When these desks are divided into equal groups of one small desk, one medium desk, and one large desk each, the mass of each group is identical, and equals $(218\text{ kg}) \div 2 = 109\text{ kg}$.

   (c) Since the total mass of one small desk, one medium desk, and one large desk is 109 kg, and the total mass of one small desk and one medium desk is 47 kg, then the mass of one large desk is $109\text{ kg} - 47\text{ kg} = 62\text{ kg}$. (Imagine having the three desks on the scale and removing the two that you don't want.)
   Since the mass of one large desk is 62 kg and the total mass of one small and one large desk together is 80 kg, then the mass of one small desk is $80\text{ kg} - 62\text{ kg} = 18\text{ kg}$.
   Since the mass of one large desk is 62 kg and the total mass of one medium and one large desk together is 91 kg, then the mass of one medium desk is $91\text{ kg} - 62\text{ kg} = 29\text{ kg}$.
   Therefore, the mass of each small desk is 18 kg, the mass of each medium desk is 29 kg, and the mass of each large desk is 62 kg.

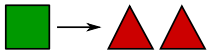
*Extension*

Try following the steps given in 3. to solve this problem with larger answers.
If you do this, you should find that the total mass of the six elephants is 27 480 kg.
This means that the total mass of one small elephant, one medium elephant, and one large elephant is 13 740 kg.
Can you use this information to determine the mass of each size of elephant? You can check your answers by combining them to see if they match the given information.

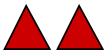
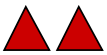
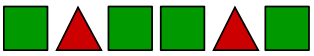
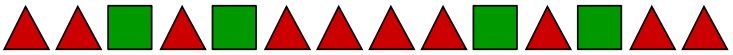
# Le CEMI à la maison

## 7e et 8e année - mercredi 15 avril 2020
## Remplacer des formes

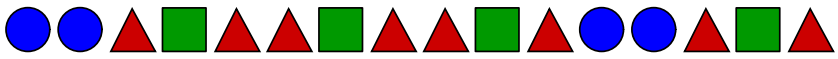
**Introduction :** Alice joue avec des cartes de formes différentes. Alice commence avec une seule carte et construit des séquences plus longues en appliquant les règles de remplacement des formes indiquées ci-dessous :

| Règle | Signification |
|---|---|
|  | Chaque carte carrée est remplacée par deux cartes triangulaires. |
| | Chaque carte triangulaire est remplacée par une carte carrée, une carte triangulaire et une autre carte carrée (dans cet ordre). |

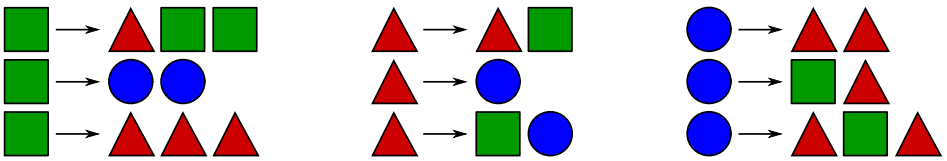
Quand ces règles de remplacement sont appliquées à la séquence de formes, chaque forme individuelle de la séquence est remplacée par une nouvelle séquence selon la règle correspondante ci-dessus. Si Alice commence avec une carte carrée et applique la règle de remplacement trois fois, alors Alice construit ce qui suit :

| | |
|---|---|
| **Début de la séquence**<br>*Un seul carré* | |
| **Après la première application des règles**<br>*Un seul* *est remplacé par*  |  |
| **Après la deuxième application des règles**<br>*Chaque* *est remplacé par* |  |
| **Après la troisième application des règles**<br>*Les règles pour* *et* *sont appliquées* |  |

**Problème 1 :** Boris joue aussi avec des cartes de formes différentes. *Boris commence avec un cercle* et joue avec un ensemble différent de règles de remplacement. Boris a une règle de remplacement pour chacune des formes suivantes : cercle, carré et triangle. Le résultat de l'application à trois reprises des règles de Boris est présenté ci-dessous.



Quelles sont les trois règles de remplacement de la liste ci-dessous (une de chaque colonne) que Boris doit avoir utilisées ?

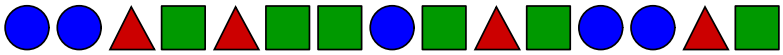


*Besoin d'aide pour commencer ?*

Utilise ce lien internet pour explorer afin de t'aider à trouver la solution. Tu peux sélectionner différentes règles pour Boris, et voir le résultat après avoir appliqué les règles une, deux et trois fois. Regarde si tu peux sélectionner les trois règles qui permettent d'obtenir la séquence correcte attendue après trois applications.

**Problème 2 :** Chloé joue aussi avec des cartes de différentes formes. Chloé commence avec une seule forme (un carré, un triangle ou un cercle) et joue avec un ensemble de règles de remplacement différentes. Deux des trois règles de Chloé sont présentées ci-dessous.

Chloé commence avec une forme et applique les règles de remplacement trois fois et obtient le résultat suivant.



Peux-tu trouver la règle de remplacement de Chloé pour le carré et la forme avec laquelle Chloé a commencé ?

---

**Plus d'infos :**

Consulte la page Web du CEMI à la maison, jeudi 16 avril, pour une solution à Remplacer des formes.

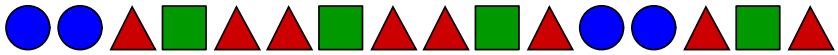
Une variante de ce problème est accessible dans le cadre d'un ancien défi informatique du Castor, Beaver Computing Challenge (BCC). Le BCC est un concours, en anglais, de résolutions de problèmes qui focalise sur la pensée informatique et logique.

# CEMC at Home

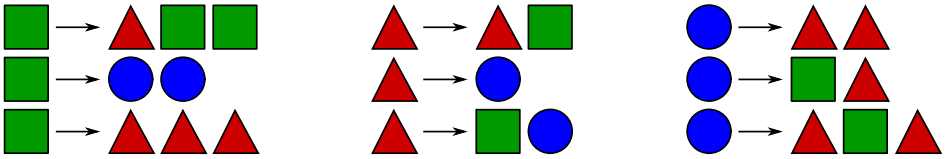
## Grade 7/8 - Wednesday, April 15, 2020

## Replacing Shapes - Solution

**Problem 1:** Boris starts with one circle, and plays with a set of replacement rules. Boris has one replacement rule for each of the following shapes: circle, square, and triangle. The result of applying Boris's rules three times is shown below.

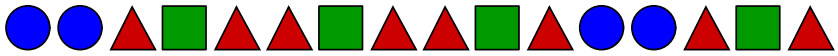


Which three replacement rules from the list below (one from each column) must Boris have used?

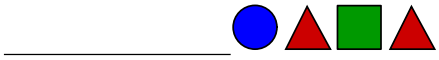


**Solution to 1:** One way to solve this problem is to try all possible combinations (on paper or using the online exploration) to see which one leads to the correct sequence. There are 27 different combinations and so if you don't stumble upon the right one quickly, this solution could be time consuming! Instead, we will explain how to eliminate some of the choices.

Let's call Boris's final sequence the "target sequence". We are trying to find rules that achieve this target sequence:

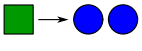


Since the right end of the target sequence is , and this sequence appears to be repeated throughout, it seems likely that the rule for circle is . We can convince ourselves that this *must* be the case by focussing on the right end of the target sequence:



Notice that there is no way to combine the outputs of the *other* rules to produce a sequence ending in exactly . You should spend some time checking this for yourself. This tells us that the circle rule must be .

Now let's focus on the left end of the target sequence:

There are only two ways to produce two circles in a row on the left end: the rule  applied to one square, or the rule applied to two triangles, side-by-side.

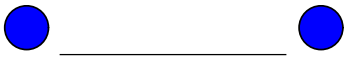
We have narrowed down the choices enough to now do some testing (either on paper or using the online exploration). We proceed on paper.

Suppose that two of the rules are and .

Since Boris starts with a circle, the result of applying these replacement rules one time is as follows:

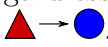
*We do not need to know the replacement rule for the square for this step.*

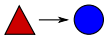
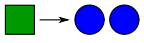
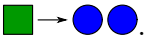
Applying these rules a second time will result in a sequence that looks like this:



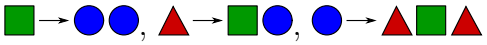
*The line in the middle of the figure above represents the part of the sequence that is currently unknown to us. We know that the sequence starts and ends in a circle (replacing the two triangles), but without the replacement rule for the square, we cannot be sure of what the middle of the sequence looks like.*

Applying these rules a third time will result in a sequence that looks like this:

This final sequence cannot match the target sequence, regardless of what shapes appear in the middle portion, and so the rule for triangle cannot possibly be  .

Remember that if we do not have the rule  then we *must* have the rule  (since we need a rule that produces the two circles on the left end). This means that two of the three rules must be and  . All that we have left to do is determine rule for the triangle.

There are now only two options for the full set of three rules:

Option 1: 

Option 2:

We can check that the rules in *Option 1* produce the correct sequence after three applications, but the rules in *Option 2* do not. After this we can be sure that the three rules Boris used were as follows:

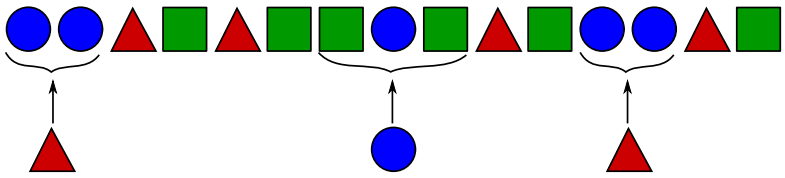
**Problem 2:** Cleo plays with cards of different shapes. Cleo starts with exactly one shape (a square, a triangle, or a circle) and plays with a set of replacement rules. Two of Cleo's three rules are shown below.

Cleo starts with one shape and applies the replacement rules three times and gets the following result.

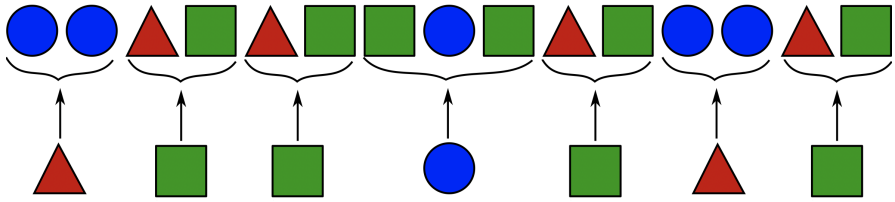
Can you figure out Cleo's replacement rule for the square and which shape Cleo started with?

**Solution to 2:** Since we do not know what the starting shape is in this problem, let's try and work backwards and see if we can find a solution.

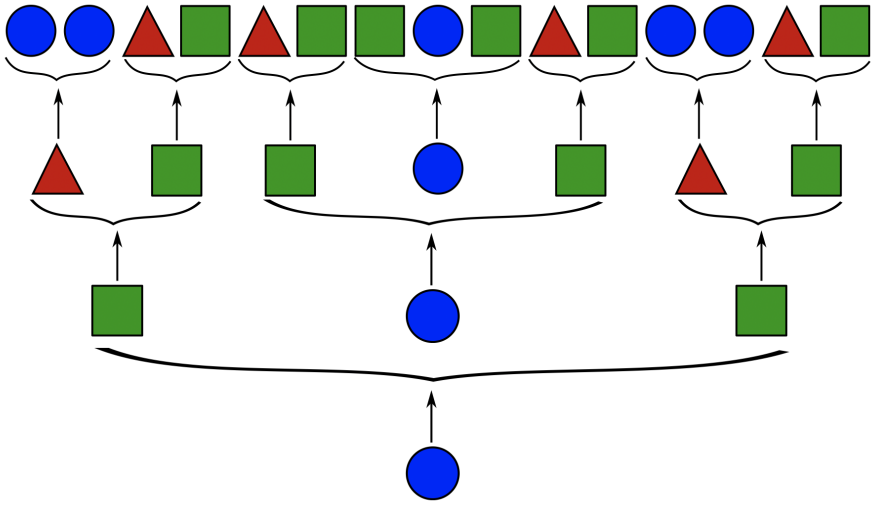
Let's suppose the indicated sections in the final sequence of shapes were obtained by applying the rules for triangle and circle as shown:



From here we can see that a replacement rule of could fill in the gaps as shown below.



Working backwards, using the two original rules and the square rule from above, we get the following:



So if Cleo's replacement rule for the square was , and she started with a circle, then Cleo would end up with the sequence given in Problem 2.

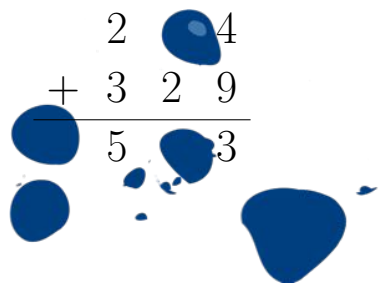
*It turns out that this is the only possible rule and starting shape that results in the correct final sequence. Can you convince yourself of this? Perhaps you can use reasoning similar to that used in the solution to Problem 1 to determine that there is only one possible answer for Problem 2.*

# CEMI à la maison présente Le problème de la semaine

## 7e et 8e année - Jeudi 16 avril 2020

## Quel dégât !

En regardant dans son ancien cahier de mathématiques, Jing voit le dégât suivant sur une des pages :



Le chiffre du milieu des nombres en-haut et en-bas ont chacun été tachés et ne sont plus lisibles. À côté du problème, la note suivante est écrite : " La somme est divisible par trois."

Si le chiffre manquant du nombre en-haut est $A$ et le chiffre manquant du nombre en-bas est $B$, détermine les valeurs possibles de $A$ et $B$.

---

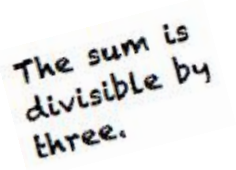
**Plus d'infos :**

Consulte la page du CEMI à la maison, jeudi 23 avril, pour la solution à ce problème.
Tu peux également t'inscrire au Problème de la semaine en cliquant sur le lien ci-dessous et recevoir la solution ainsi qu'un nouveau problème, par courriel, jeudi 23 avril.

Cette ressource du CEMI à la maison correspond au Problème de la semaine pour les 7e et 8e années. Le Problème de la semaine est une ressource gratuite. Chaque semaine, des problèmes provenant de divers domaines mathématiques sont publiés en ligne et envoyés par courriel aux enseignants afin qu'ils les utilisent avec leurs étudiants. Les problèmes sont disponibles pour les étudiants de la 3e jusqu'à la 12e année. Les solutions aux problèmes sont envoyées une semaine après, en même temps que le nouveau Problème de la semaine.

Pour plus d'informations et t'inscrire au Problème de la semaine, rendez-vous sur : https://www.cemc.uwaterloo.ca/resources/potw-f.php

# Problem of the Week
## Problem C and Solution
## What a Mess!




### Problem

Jing was looking through an old math notebook and found the following question on one of the pages. The middle digit of the top and bottom numbers were both smudged and unreadable. Beside the question there was a handwritten note which read: "The sum is divisible by three." If the missing middle digit in the top number is $A$ and the missing middle digit in the bottom number is $B$, determine all possible values for $A$ and $B$.

$$\begin{array}{rccc} & 2 & A & 4 \\ + & 3 & 2 & 9 \\ \hline & 5 & B & 3 \end{array}$$

### Solution

**Solution 1**

First we find the possible values of $B$. For a number to be divisible by 3, the sum of its digits must be divisible by 3. So $5 + B + 3$ must be divisible by 3. The only possible values for $B$ are thus 1, 4, or 7.

We know that $2A4 + 329 = 5B3$ so $2A4 = 5B3 - 329$.

We can try each of the possible values for $B$ in the equation $2A4 = 5B3 - 329$ to find values of $A$ that make the equation true.

1. If $B = 1$, then $513 - 329 = 184$, which cannot equal $2A4$. So when $B = 1$ there is no $A$ to satisfy the problem.
2. If $B = 4$, then $543 - 329 = 214$, which does equal $2A4$ when $A = 1$. So for $A = 1$ and $B = 4$ there is a valid solution.
3. If $B = 7$, then $573 - 329 = 244$, which does equal $2A4$ when $A = 4$. So for $A = 4$ and $B = 7$ there is a valid solution.

Therefore, when $A = 1$ and $B = 4$ or when $A = 4$ and $B = 7$, the given problem has a valid solution.

**Solution 2**

$$\begin{array}{r} 2\ A\ 4 \\ +\ 3\ 2\ 9 \\ \hline 5\ B\ 3 \end{array}$$

When the digits in the unit's column are added together, there is one carried to the ten's column. When the digits in the hundred's column are added together we get $2 + 3 = 5$ so there is no carry from the ten's column. Therefore, when the ten's column is added we get $1 + A + 2 = B$ or $A + 3 = B$.

We can now look at all possible values for $A$ that produce a single digit value for $B$ in the number $5B3$. We can then determine whether or not $5B3$ is divisible by 3.

The following table summarizes the results.

| $A$ | $B = A + 3$ | $5B3$ | Divisible by 3 ($yes/no$)? |
|---|---|---|---|
| 0 | 3 | 533 | *no* |
| 1 | 4 | 543 | *yes* |
| 2 | 5 | 553 | *no* |
| 3 | 6 | 563 | *no* |
| 4 | 7 | 573 | *yes* |
| 5 | 8 | 583 | *no* |
| 6 | 9 | 593 | *no* |

Therefore, when $A = 1$ and $B = 4$ or when $A = 4$ and $B = 7$, the given problem has a valid solution.

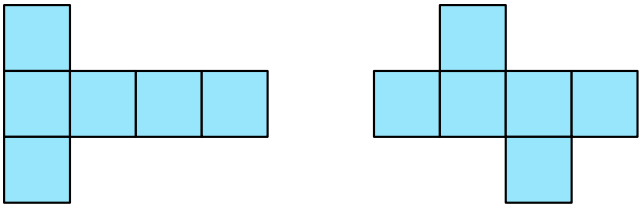
# Le CEMI à la maison

## 7e et 8e année - Le vendredi 17 avril 2020

## Découpe-le

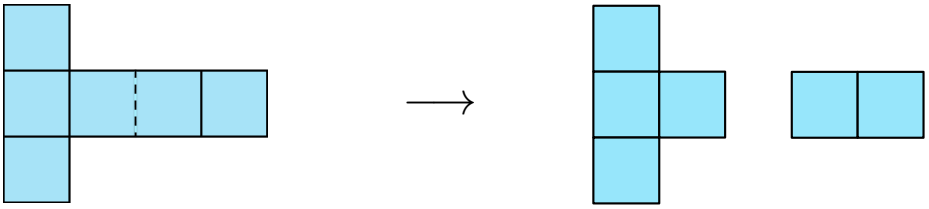
Lorsque vous regardez par la fenêtre, vous êtes nombreux à voir différents bâtiments ou autres structures tridimensionnelles. Si tu regardes de plus près, tu peux commencer à décomposer ces bâtiments en formes familières. Comprendre comment composer et décomposer des formes en deux et en trois dimensions est une compétence importante en mathématiques.

Dans cette activité, nous allons explorer cette idée en examinant des développements, aussi appelés patrons, de formes tridimensionnelles. Un développement est une représentation bidimensionnelle d'un objet tridimensionnel et c'est ce à quoi l'objet ressemblerait si sa surface était ouverte et posée à plat. Regarde les deux développements ci-dessous.



Même si les deux développements sont différents, ils peuvent tous les deux être pliés selon les lignes indiquées et former la surface d'un cube. Ce sont deux exemples des nombreux développements différents d'un cube.

**Activité 1 :** Imagine que le premier développement d'un cube donné ci-dessus ait été coupé en deux, comme présenté ci-dessous. De combien de façons différentes peux-tu attacher ces deux morceaux ensemble afin de former un développement de cube ?



*Pour commencer, essaye de couper les deux morceaux du développement et de les assembler de différentes façons.*

**Suite de l'activité 1 :**

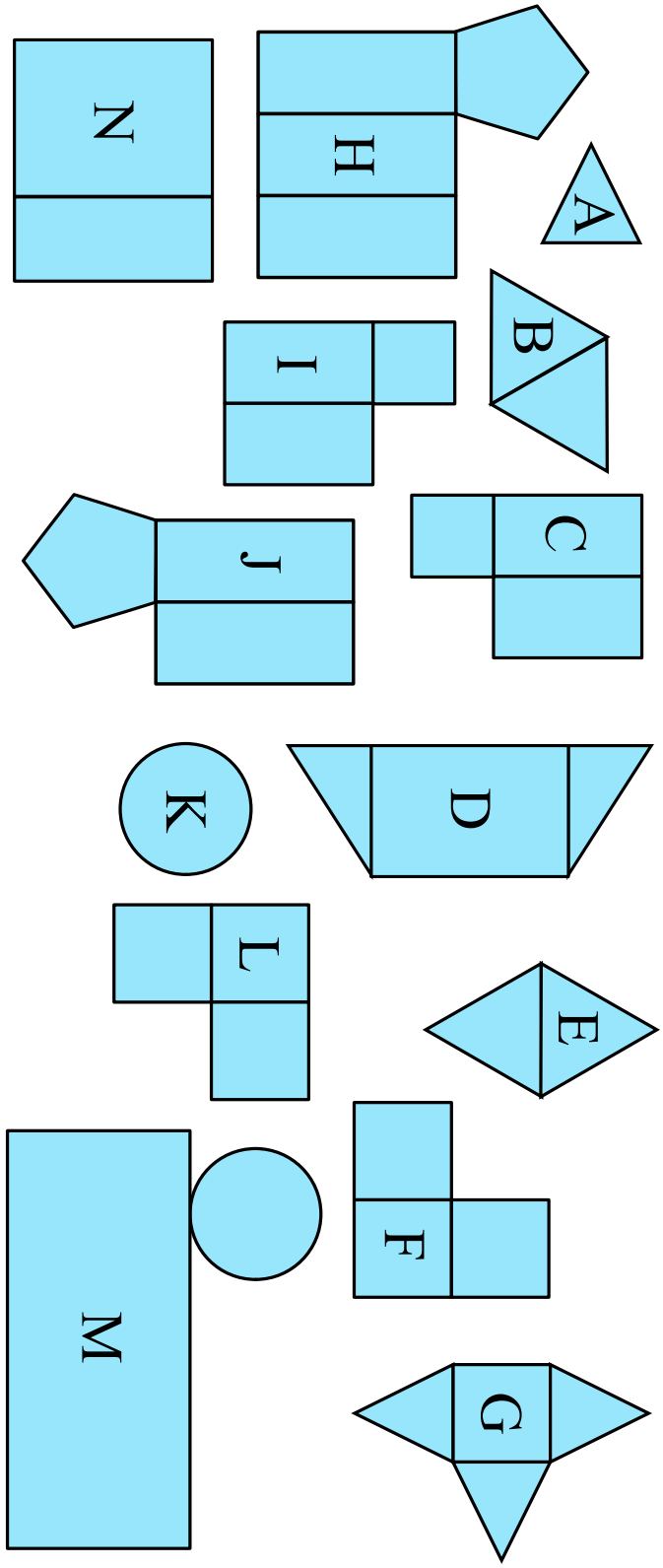
- Peux-tu dessiner quelques-uns des différents développements d'un cube qui *ne peuvent pas* être formés en attachant les morceaux de l'activité 1 ? (Note que l'un de ces développements se trouve au dessus de l'activité 1.)
- Peux-tu attacher les deux morceaux de l'activité 1 ensemble (en faisant correspondre les arêtes) de manière à créer un développement d'un objet qui n'est *pas* un cube ?

**Activité 2 :** Les développements de sept objets tridimensionnels différents ont été coupés en deux et dispersés. Trouve les bonnes paires et fais-les correspondre à l'objet tridimensionnel approprié.

**Voir la page suivante pour les formes de l'activité 2 et un tableau pour noter tes résultats.**
*Pour commencer, essaye de découper les morceaux de développements et de les assembler de différentes manières.*

**Plus d'infos :**

Consulte la page du CEMI à la maison, le lundi 20 avril 2020, pour une solution à Découpe-le. Ce problème a été inspiré par une activité du NRICH Maths. Pour te pratiquer à utiliser les développements, consulte cette leçon du didacticiel du CEMI.




Inscris tes réponses à l'activité 2 dans le tableau ci-dessous.

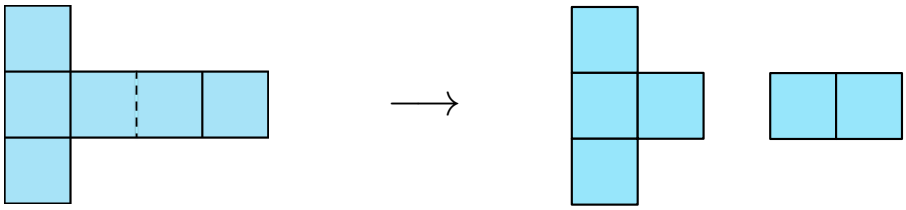
| Morceaux | forme 3D |
|---|---|
| | cube |
| | prisme rectangulaire |
| | prisme triangulaire |
| | prisme pentagonal |
| | cylindre |
| | pyramide à base carrée |
| | pyramide à base triangulaire |

# CEMC at Home

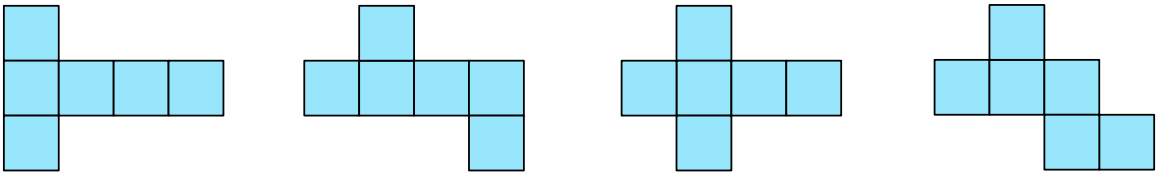
## Grade 7/8 - Friday, April 17, 2020

## Cut It Out - Solutions

**Activity 1:** Imagine that the following net of a cube given has been cut in two, as shown below. In how many different ways can you attach these two pieces together in order to form a net of a cube?

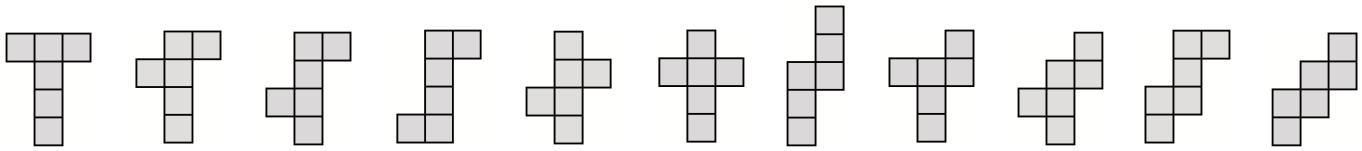


**Answer:** You can put the pieces together in the following ways to make four different nets of a cube.



The net shown above furthest to the left is the net that we started with (before the cut in Activity 1), and the other three nets are new.

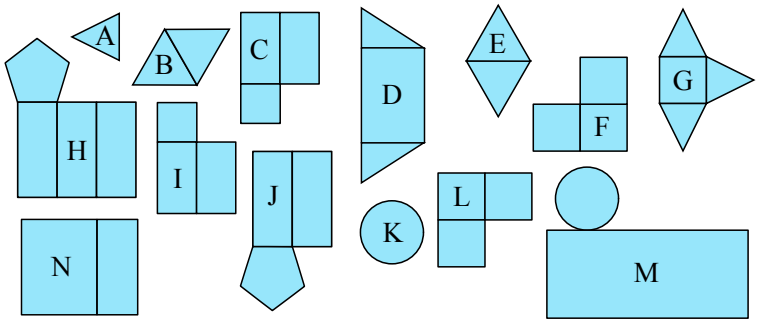
*Note that there are eleven different nets of a cube and these are shown below. Every net of a cube that you could possibly draw can be obtained by turning and/or flipping over one of the nets below.*



*Four of these eleven nets can be made by attaching the pieces from Activity 1 in some way, and the remaining seven cannot. Can you explain why?*

**Activity 2:** The nets of seven different three-dimensional objects have been cut in two and scattered. Find the correct pairs and match them with the appropriate three-dimensional object.

**Net pieces:**




**Answers:**

| Net Pieces | 3D Shape |
|---|---|
| F and L | cube |
| C and I | rectangular prism |
| D and N | triangular prism |
| H and J | pentagonal prism |
| K and M | cylinder |
| A and G | square pyramid |
| B and E | triangular pyramid |