Partie 2 – À l'intention de l'enseignante ou de l'enseignant

Domaines

Problème 1 – Traitement de données et probabilité (traitement de données)
Problème 2 – Traitement de données et probabilité (probabilité)
Problème 3 – Mesure; Numération et sens du nombre
Problème 4 – Mesure; Numération et sens du nombre
Problème 5 – Numération et sens du nombre
Problème 6 – Modélisation et algèbre

Indices et suggestions

Problème 1
Suggestion : Utilise une règle pour obtenir des renseignements plus précis à partir du graphique. Les lignes horizontales sont à 1 cm l'une de l'autre. Une règle qui indique les millimètres permet de lire la population avec une bonne précision.
1er indice – f) Comment penses-tu que la croissance de 2020 à 2040 peut être reliée à celle de 2040 à 2060?

Problème 2
1er indice – b) Son survêtement peut-il être de la même couleur que ses chaussures? Son chapeau peut-il être de la même couleur que ce qu'elle porte sur ses pieds?
2e indice – c) Combien d'ensembles différents peut-elle porter en tout?
Remarque : Dans la partie c), 'au hasard' signifie que Sabie ne sera pas portée à choisir un vêtement plutôt qu'un autre.

Problème 3
Suggestion : 1) Les élèves peuvent colorier chaque chemin d'une couleur différente.

Problème 4
1er indice – Combien de temps Paf met-il pour parcourir 10 mètres?

Prolongement : Combien de temps Paf met-il pour parcourir 1 mètre?

Problème 5
1er indice – a) Pourquoi 5 pièces de 25 ¢ sont-elles insuffisantes?
2e indice – a) Jacques peut-il avoir 8 pièces de 25 ¢?

Suggestions : 1) Il est possible de résoudre le problème par tâtonnements, tout en s'ajustant selon les essais. Tu peux utiliser un tableau comme le suivant pour tenir compte de tes essais.

Pièce	25 ¢	10 ¢	5 ¢	Totaux
Nombre	7	1	5	13 pièces
Valeur ($)	1,75	0,10	0,25	2,10 $
Nombre				
Valeur ($)				

2) Certains élèves voudront peut-être utiliser de l'argent de jeu.

Problème 6
1er indice – Quels élèves ouvriront ou fermeront la porte 8? La porte 13? La porte 21?

2^e^ indice – Si la position d'une porte est changée un nombre pair de fois, la porte sera-t-elle ouverte ou fermée lorsque tous les élèves auront passé? Et si la position est changée un nombre impair de fois?
3^e^ indice – Le 5^e^ élève touchera-t-il à la porte 7? À la porte 14? Quelles portes la 5^e^ élève touchera-t-elle? Et le 7^e^ élève?

Suggestions : Un des tableaux suivants pourrait être utile pour explorer une solution.

1) On peut utiliser un tableau comme celui ci-contre. On peut placer un compteur sur le numéro de chaque porte fermée. Ensuite, on peut les enlever ou les remettre selon le passage de chaque élève devant les casiers. On peut aussi utiliser des pièces de monnaie. Pile indique qu'une porte est fermée; face indique qu'elle est ouverte.

Tableau

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

2) On peut aussi utiliser un tableau linéaire de la même façon que pour le tableau ci-dessus.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

(On peut fournir du papier quadrillé pour former ces tableaux.)

Solutions et remarques

Problème 1

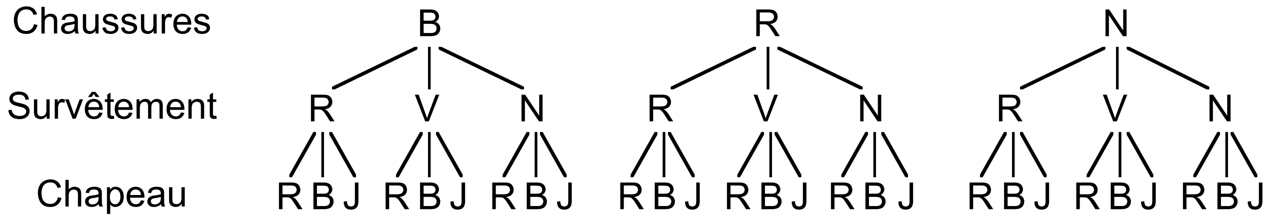
a) La population a atteint les 6 milliards en 2000 ou un peu avant, p. ex., en 1998 ou en 1999.
b) En 1985, la population était un peu moins de 5,0 milliards, soit 4,8 milliards, plus ou moins 0,1 milliard.
c) En 1970, la population était de 3,7 ou 3,8 milliards; en 1990, elle était de 5,3 milliards. Il s'agit d'une augmentation de 1,5 ou 1,6 milliard.
d) En 2020, on prévoit une population de 7,5 ou 7,6 milliards; en 2040, on prévoit une population de 8,8 milliards. De 2020 à 2040, on prévoit donc une augmentation de 1,2 ou 1,3 milliard.
e) D'après le graphique, la population atteindra les 9 milliards en 2045 ou en 2046.
f) Si la croissance de la population est la même de 2040 à 2060 que de 2020 à 2040, la population en 2060 sera de (8,8 + 1,2) milliards, c'est-à-dire de 10 milliards.
g) Si la croissance de la population est la même de 2050 à 2060 que de 2040 à 2050, la population en 2060 sera de (9,2 + (9,2 – 8,8)) milliards, c'est-à-dire de 9,6 milliards.

Prolongement : La prédiction en g) semble plus précise que celle en f), car elle tient compte d'un ralentissement prévu de 2040 à 2050.

Problème 2

a) Puisque le rouge est la seule couleur commune aux chaussures, aux survêtements et aux chapeaux, Sabie ne peut porter qu'un ensemble où les trois vêtements sont de la même couleur.

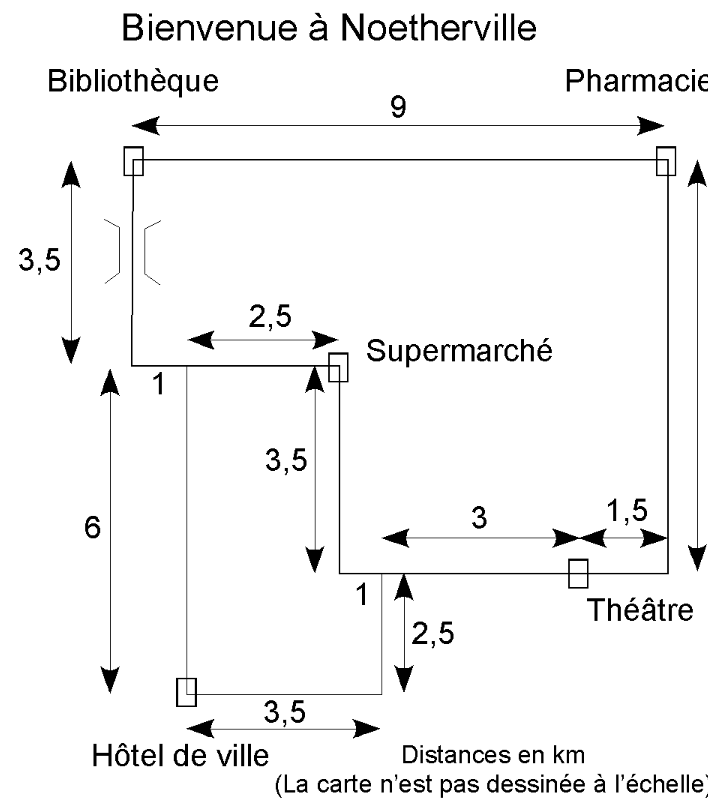
On peut représenter les couleurs par des lettres, soit B (blanc), R (rouge), N (noir), V (vert) et J (jaune) et construire un arbre pour indiquer les choix et les ensembles de vêtements :



b) On compte les ensembles qui ont au moins deux vêtements de la même couleur : il y a 7 ensembles avec au moins deux rouges, 3 ensembles avec au moins deux blancs et 3 ensembles avec au moins deux noirs, pour un total de 13 ensembles.

c) Il y a 27 ensembles possibles, dont 13 comprennent au moins deux vêtements de la même couleur. La probabilité est donc égale à $\frac{13}{27}$.

Problème 3



a) Les distances manquantes sont indiquées dans la figure. Le chemin le plus court de la bibliothèque au théâtre passe par le pont et le supermarché. Sa longueur est de 14,5 km, car 3,5 + 1 + 2,5 + 3,5 + 1 + 3 = 14,5.

b) Si le pont est fermé, le chemin le plus court passe par la pharmacie. Sa longueur est de 17,5 km (9 + 7 + 1,5 = 17,5).

c) De l'Hôtel de ville au supermarché, il y a 8,5 km; de la bibliothèque à la pharmacie, il y a 9 km, c'est-à-dire 0,5 km de plus.

d) Oui. On va de l'Hôtel de ville au supermarché, à la bibliothèque, à la pharmacie, puis au théâtre. La distance parcourue est de 35 km (10,5 + 7 + 9 + 8,5 = 35).

Prolongements

1. Non, car le supermarché n'est pas sur le chemin extérieur. Pour le visiter, il faudrait passer deux fois sur la route de 2,5 km ou sur la route de 3,5 km + 1 km.
2. Oui, c'est possible. De l'Hôtel de ville, on se rend au théâtre, puis à la pharmacie, puis à la bibliothèque, ensuite au supermarché en passant par le nouveau chemin, pour retourner à l'Hôtel de ville par la route de 2,5 km vers la gauche et celle de 6 km vers le bas. On peut aussi suivre la route dans le sens contraire.

Problème 4

Paf parcourt 100 m en 11 secondes. Il parcourt donc 10 m en 1,1 seconde. Pour parcourir 110 m, il met donc 12,1 secondes (11 + 1,1 = 12,1). Pif gagne, car il atteint la ligne d'arrivée après 12 secondes.

Prolongement : Pour qu'il y ait égalité, il faut que Paf parcoure les 110 m en 12 secondes exactement, soit 1 seconde de plus que son temps normal. Il doit donc se placer, derrière la ligne de départ, à la distance qu'il peut parcourir en une seconde. Puisqu'il met 11 secondes pour parcourir 100 m, en 1 seconde il peut parcourir 100 m ÷ 11, soit $9\frac{1}{11}$ m. La réponse est c).

Problème 5

a) On conclut, par tâtonnements, que Jacques doit avoir au moins 6 pièces de 25 ¢. (Avec 5 pièces de 25 ¢, on a 1,25 $ et il ne reste que 8 pièces. Or avec 8 pièces de 10 ¢, on a 0,80 $ de plus pour un total de 2,05 $, mais sans pièces de 5 ¢.). Avec 7 pièces de 25 ¢, on a 1,75 $. Avec 6 autres pièces de 5 ¢, on a 13 pièces pour un total de 2,05 $, mais sans pièces de 10 ¢. Il faut donc 6 pièces de 25 ¢ (1,50 $), 4 pièces de 10 ¢ (0,40 $) et 3 pièces de 5 ¢ (0,15 $) pour un total de 13 pièces et 2,05 $. Voici deux solutions possibles présentées sous forme de tableaux.

N^bre de pièces de 5 ¢	N^bre de pièces de 10 ¢	N^bre de pièces de 25 ¢	Valeur	Valeur cumulée	N^bre de pièces
1	1	1	40 ¢	0,40 $	3
+ 2	+ 2	+ 2	+ 80 ¢	1,20 $	9
		+ 2	+ 50 ¢	1,70 $	11
		+ 1	+ 25 ¢	1,95 $	12
			+ 10 ¢	2,05 $	13
3	**4**	**6**		**2,05 $**	**13**

Dans le tableau précédent, l'élève commence avec une pièce de chaque sorte et augmente graduellement le nombre de pièces.

Dans le tableau suivant, il arrive que l'on soustrait une pièce et sa valeur lorsque la valeur cumulée dépasse 2,05 $.

N^bre de pièces de 5 ¢	N^bre de pièces de 10 ¢	N^bre de pièces de 25 ¢	Valeur	Valeur cumulée	N^bre de pièces
1	1	1	40 ¢	0,40 $	3
+ 2	+ 2	+ 2	+ 80 ¢	1,20 $	9
		+ 2	+ 50 ¢	1,70 $	11
		+ 2	+ 50 ¢	2,20 $	13
		– 1	– 25 ¢	1,95 $	12
	+ 1		+ 10 ¢	2,05 $	13
3	**4**	**6**		**2,05 $**	**13**

b) Si Jacques n'a que 12 pièces, les deux combinaisons suivantes sont possibles :
   i) 7 pièces de 25 ¢ (1,75 $), 1 pièce de 10 ¢ (0,10 $) et 4 pièces de 5 ¢ (0,20 $)
   ii) 6 pièces de 25 ¢ (1,50 $), 5 pièces de 10 ¢ (0,50 $) et 1 pièce de 5 ¢ (0,05 $)

c) Si Jacques échange la moitié de ses pièces de 25 ¢ pour un nombre égal de pièces de 10 ¢ dans sa tire-lire, il échange 3 pièces de 25 ¢ pour 3 pièces de 10 ¢, ce qui constitue une perte de 0,45 $. Il a maintenant 2,05 $ – 0,45 $, c'est-à-dire 1,60 $.

Problème 6

Si on résout le problème étape par étape, avec des jetons ou des pièces de monnaie, on constate que les portes 1, 4, 9, 16 et 25 sont ouvertes. Ces numéros sont des carrés parfaits.
Deux observations permettent d'expliquer pourquoi seules ces portes sont ouvertes à la fin.

1. Chaque élève ne touche une porte que si le numéro de l'élève est un diviseur du numéro de la porte (c'est-à-dire si le numéro de la porte est un multiple du numéro de l'élève). Par exemple, le

3e élève ne touche que les portes 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 et 24. Le 7e élève ne touche que les portes 7, 14 et 21. Donc, une porte n'est touchée que si le numéro de l'élève est un diviseur du numéro de la porte.

2. Puisqu'une porte est fermée au départ, elle sera ouverte à la fin si elle a été touchée un nombre impair de fois, c'est-à-dire si son numéro admet un nombre impair de diviseurs. Or, seuls les carrés parfaits admettent un nombre impair de diviseurs. Par exemple, le nombre 16, qui est un carré parfait, admet 5 diviseurs, soit 1, 2, 4, 8 et 16, tandis que le nombre 20, qui n'est pas un carré parfait, admet 6 diviseurs, soit 1, 2, 4, 5, 10 et 20.

Prolongement

D'après ce qu'on vient de voir, les portes seront ouvertes à la fin si leur numéro est un carré parfait. Donc, les portes 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 et 100 seront ouvertes.