Partie 2 — À l'intention de l'enseignante ou de l'enseignant

Domaines

Problème 1 - Numération et sens du nombre

Problème 2 - Numération et sens du nombre ; Modélisation et algèbre

Problème 3 - Mesure ; Géométrie et sens de l'espace

Problème 4 - Géométrie et sens de l'espace

Problème 5 - Probabilité

Problème 6 - Traitement de données

Indices et suggestions

Problème 1 c)

1er indice - Les deux parents peuvent-ils assister à la partie de soccer ? Pourquoi ?

2^e indice - Les trois enfants peuvent-ils tous assister à la partie de soccer ? Pourquoi ?

3^e indice - Si les deux parents assistent à la partie de basket-ball, y a-t-il assez d'argent pour que les trois enfants y assistent aussi ?

4^e indice - Quel est le prix le plus bas pour les deux parents ? Dans ce cas, quels laissez-passer les enfants pourraient-ils acheter ?

Problème 2 a)

Suggestion : Fournir un tableau des nombres de 1 à 100.

1er indice - Combien y a-t-il de chiffres 3 dans les nombres de 1 à 10 ? Combien y a-t-il de chiffres 2 ?

2^e indice - Quels sont les nombres pour lesquels le chiffre des unités est un 3 ? Quels sont les nombres pour lesquels le chiffre des dizaines est un 3 ?

Problème 2 b)

1er indice - Le nombre total de chiffres 3 est-il le même que le nombre total de chiffres 2 ?

Problème 2 c)

1er indice - Quel nombre paraît seulement une fois comme chiffre des dizaines ?

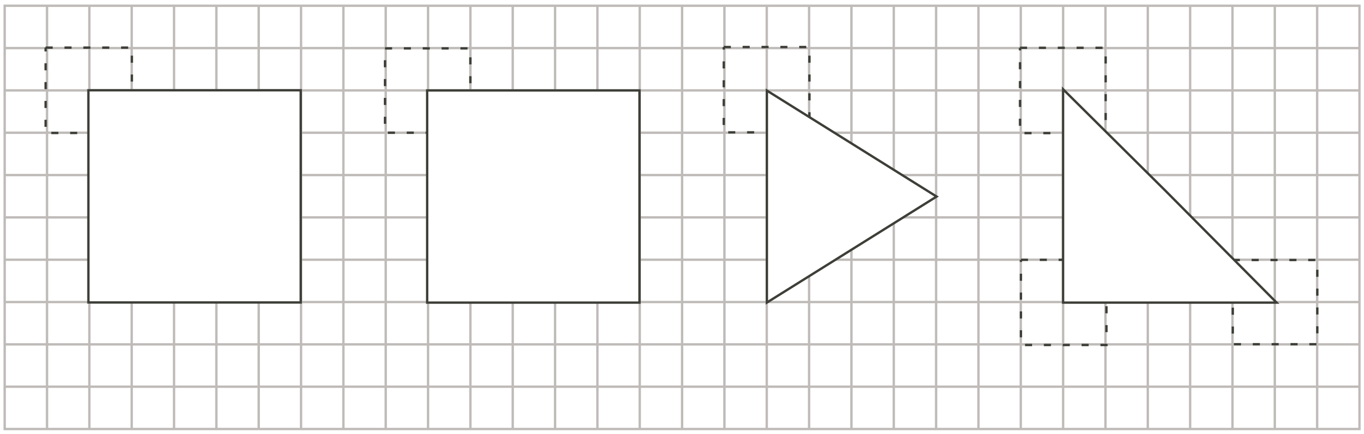
Problème 3a)

1er indice - À combien d'endroits peut-on ajouter de l'espace pour augmenter l'aire ?

2^e indice - N'oublie pas que la clôture est réutilisée.

Problème 4

Suggestion : Les élèves peuvent découper les figures ci-dessous, y compris les languettes à trait pointillé, qui permettent de planter une punaise au sommet. On peut fournir les punaises.



Problème 4c)

On peut discuter de ce qui constitue un polygone. Par exemple, au niveau élémentaire, la figure  n'est pas un polygone.

Prolongement

1er indice - Qu'arriverait-il si tu utilisais un autre sommet du triangle pour le placer au sommet A du carré ?

Problème 5a)

1er indice - Pour gagner, il te faut un exemplaire de chaque lettre.

Problème 5c)

Suggestion : Revoir la définition de la *probabilité* d'un événement :

$$\frac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre total de résultats possibles}}$$

Par exemple, si on a 4 billes rouges, 5 billes vertes et 6 billes jaunes dans un sac et si on choisit une bille au hasard, sans regarder, la probabilité de choisir une bille rouge est égale à $\frac{4}{15}$, tandis que la probabilité de choisir une bille jaune ou verte est égale à $\frac{11}{15}$.

Problème 5e)

1er indice - Est-ce qu'il doit nécessairement y avoir un gagnant ou une gagnante ?

Problème 6a)

1er indice - Si tu fais une liste des joutes qu'il reste à jouer, assure-toi de ne pas écrire la même joute plus d'une fois.

Problème 6b)

1er indice - Rappelle-toi que lorsqu'une équipe gagne, une autre équipe perd.

Problème 6c) -e)

1er indice - Rappelle-toi qu'il doit y avoir un total de 6 victoires et 6 défaites.

Solutions

Problème 1

a) Le coût des laissez-passer est de $(2 \times 5{,}00\ \$) + (3 \times 2{,}50\ \$)$, c'est-à-dire 17,50 \$. La monnaie est de $20{,}00\ \$ - 17{,}50\ \$$, c'est-à-dire 2,50 \$.

b) Puisque le coût comporte 50 ¢, il doit s'agir du soccer ou du basket-ball. D'après la partie a), le soccer coûte plus de 10,50 \$. Il doit donc s'agir du basket-ball.
Vérification : $(2 \times 3\ \$) + (3 \times 1{,}50\ \$) = 6\ \$ + 4{,}50\ \$ = 10{,}50\ \$$

c)
1. S'ils assistent tous à la partie de hockey, le coût est de $(2\times 2{,}00\ \$)+(3\times 1{,}00\ \$)$, c'est-à-dire 7,00 \$. (C'est l'option la moins chère.)
2. Si un parent et les trois enfants assistent à la partie de hockey, tandis que l'autre parent assiste au basket-ball, le coût est de $(2{,}00\ \$ + 3 \times 1{,}00\ \$ + 3{,}00\ \$)$, c'est-à-dire 8,00 \$.
3. Si les parents et un enfant assistent au hockey, tandis que les deux autres enfants assistent au basket-ball, le coût est de $(2 \times 2{,}00\ \$) + 1{,}00\ \$ + (2 \times 1{,}50\ \$)$, c'est-à-dire 8,00 \$.

Remarquer qu'il faut que les deux parents aillent au hockey, ou que l'un aille au hockey et l'autre au basket-ball, sinon il ne restera plus d'argent pour les enfants.
Il y a donc plusieurs façons pour chaque membre de la famille d'assister à une partie pour un coût qui ne dépasse pas 8,00 \$.

Remarque : Dans les items 2 et 3, ci-haut, les élèves peuvent se demander combien il peut y avoir de combinaisons possibles. À l'item 2, il y a deux combinaisons (la mère au hockey et le père au basket-ball et vice-versa). À l'item 3, il y a trois combinaisons (enfant A au hockey et enfants B et C au basket-ball ; B au hockey, A et C au basket-ball ; C au hockey, A et B au basket-ball).

Problème 2

a) Le chiffre 3 paraît 10 fois comme chiffre des dizaines (de 30 à 39) et 10 fois comme chiffre des unités (3, 13, 23, ..., 93). Il faut donc acheter 20 chiffres 3.

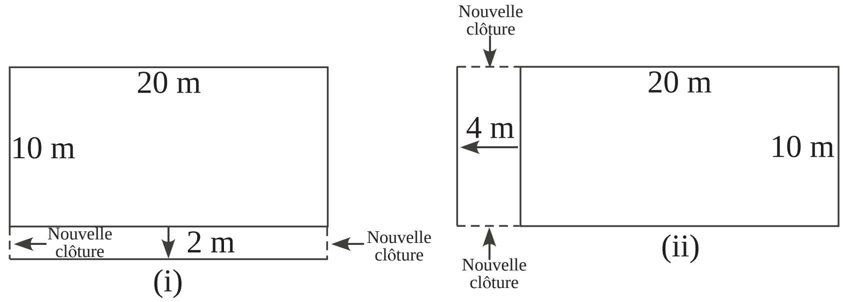
b) La réponse est la même pour les chiffres 2, 4, 5, ..., 9, pour les mêmes raisons.

c) La réponse est différente pour les chiffres 0 et 1. Le chiffre 0 paraît 11 fois (10, 20, ..., 90, 100). Le chiffre 1 paraît 21 fois (20 fois comme dans a) et 1 fois dans 100).

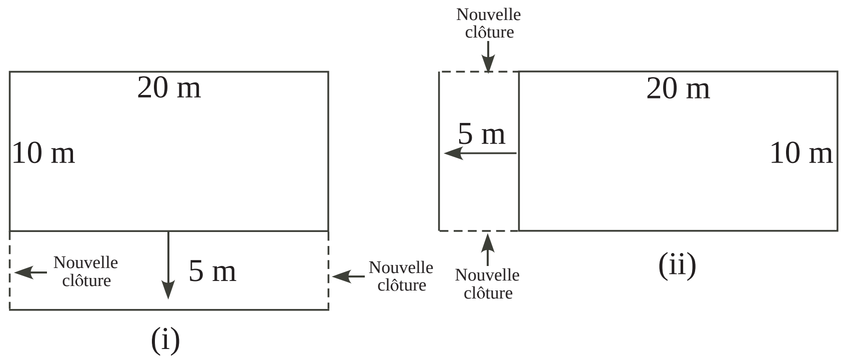
d) Le nombre total de chiffres que l'on doit acheter est donc égal à $8 \times 20 + 11 + 21$, c'est-à-dire à 192.

Problème 3

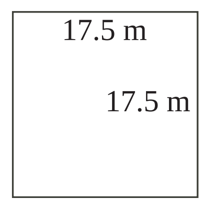
a) Il y a deux façons de repousser un côté de l'enclos pour obtenir 40 mètres carrés de plus. Elles sont illustrées ci-contre. Le choix (i) utilise 4 mètres de clôture de plus, tandis que le choix (ii) en utilise 8 mètres.



b) Jeanne peut utiliser la clôture du garage de la même manière que dans a). La façon (i) donne une aire de 300 mètres carrés (15×20), tandis que la façon (ii) donne une aire de 250 mètres carrés (25×10).

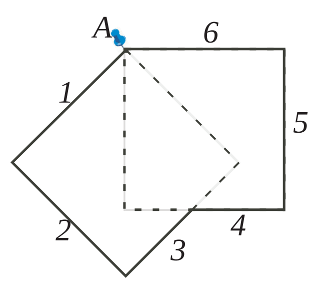


Or, il y a une troisième façon. Jeanne peut utiliser toute la clôture à sa disposition, soit 70 mètres ($20 + 20 + 10 + 10 + 10$), pour former un enclos carré. Il aura des côtés de 17,5 mètres et une aire de 306,25 mètres carrés ($17{,}5 \times 17{,}5$). Cet enclos est le plus grand possible.

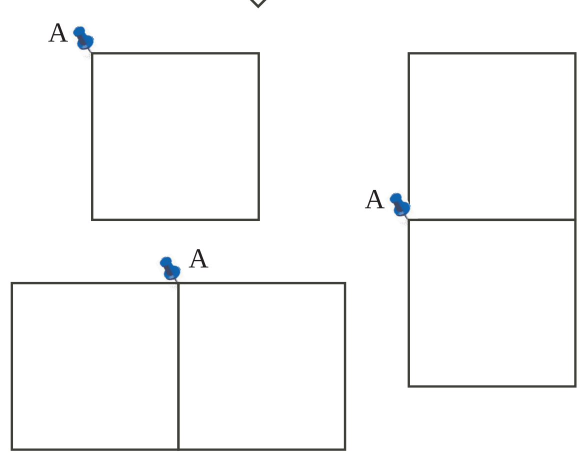


Problème 4

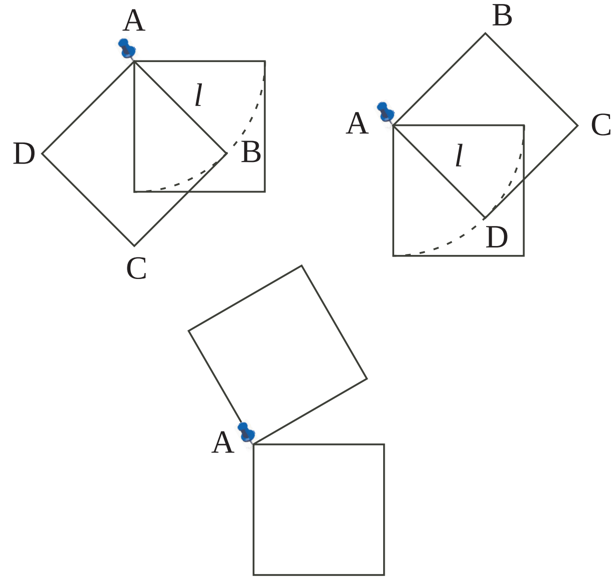
a) Le polygone illustré ci-contre a six côtés.



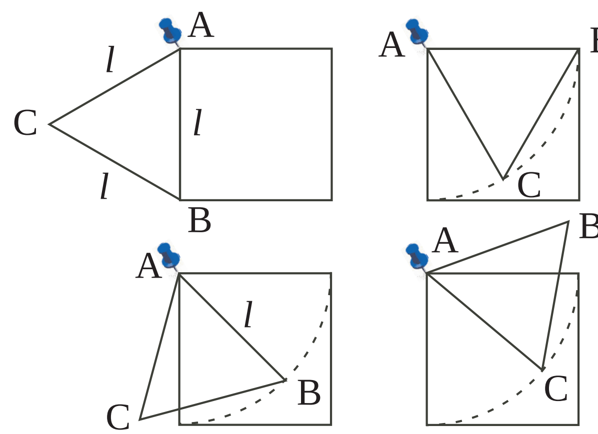
b) Pendant que l'on fait tourner le carré du dessus par rapport au point A, le plus petit nombre de côtés possible que l'on obtient est 4. On obtient ce résultat lorsque les carrés sont superposés ou lorsque le carré du dessus est placé en haut de l'autre ou à la gauche de l'autre, comme dans les figures ci-contre. Le polygone peut donc former deux figures différentes de 4 côtés.



c) Il est impossible de former un polygone de plus de 6 côtés. Lorsque les carrés sont superposés, le polygone a 4 côtés. Lorsqu'on fait tourner le carré du dessus, le sommet B se promène sur un quart de cercle de rayon l (longueur d'un côté du carré). On obtient alors un polygone de 6 côtés (fig. en haut à gauche). Cela se produit jusqu'à ce que le polygone devienne un rectangle. Lorsqu'on fait tourner le carré du dessus dans l'autre sens, le sommet D se promène sur un quart de cercle de rayon l et on obtient un polygone de 6 côtés (fig. en haut à droite). Cela se produit jusqu'à ce que le polygone devienne un rectangle. Si on fait tourner le carré du dessus plus loin qu'un quart de tour, on obtient 8 côtés, mais la figure n'est pas un polygone, puisque plus de deux côtés se rencontrent au sommet A.

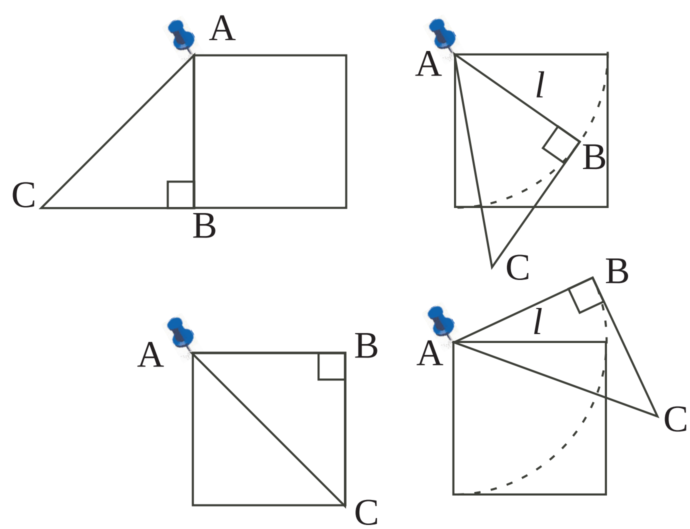


d) Si la figure du dessus est un triangle équilatéral dont les côtés ont la même longueur que ceux du carré, on peut raisonner comme suit, en commençant par la figure en haut à gauche. On a un polygone de 5 côtés. À mesure que le sommet B se promène vers la droite, le long d'un quart de cercle de rayon l, on obtient un polygone de 6 côtés (fig. en bas à gauche), puis un polygone de 4 côtés pendant que le triangle est complètement par-dessus le carré (fig. en haut à droite), puis un polygone de 6 côtés lorsque le côté AB sort du carré (fig. en bas à droite).



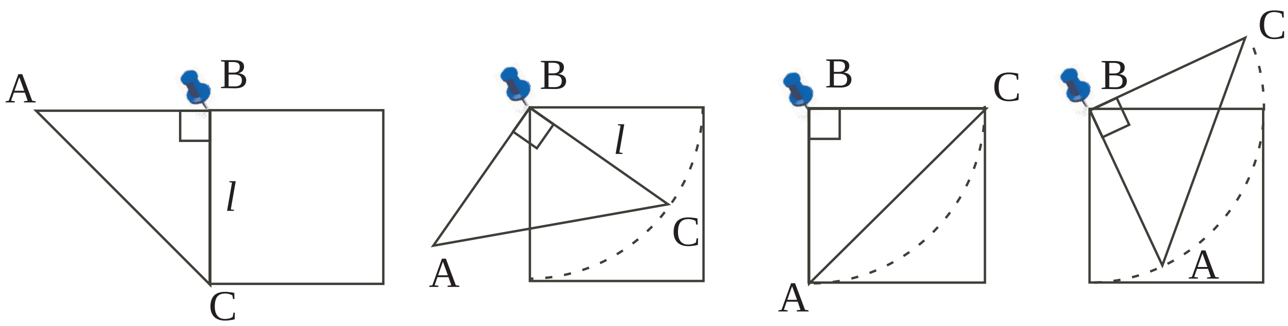
Prolongement

On considère d'abord le cas où le sommet A, qui a un angle de 45^o, est utilisé comme centre de rotation. On obtient d'abord un polygone de 4 côtés (fig. en haut à gauche), puis un polygone de 7 côtés à mesure que le sommet B se promène le long d'un quart de cercle de rayon l (fig. en haut à droite), puis un polygone de 4 côtés lorsque le côté AB coïncide avec le haut du carré (fig. en bas à gauche), puis un polygone de 6 côtés (fig. en bas à droite).



Suggestion : Demander aux élèves d'explorer les possibilités si on utilise l'autre sommet C, qui a un angle de 45^o, pour la rotation. (Les possibilités sont les mêmes.)

On considère le cas où le sommet B, qui a un angle droit, est utilisé comme centre de rotation. On obtient seulement des polygones de 4 ou de 6 côtés, comme on peut le constater dans les figures ci-dessous.



Problème 5

a) On peut gagner si les six boîtes que l'on achète contiennent les 6 lettres F, E, R, M, A et T. Cela est peu probable si l'on considère le grand nombre de façons de choisir 6 boîtes.

b) Il peut y avoir un maximum de 4 gagnants, puisqu'il n'y a que 4 T.

c) Puisque 15 boîtes sur 60 contiennent un F, la probabilité de choisir un F est égale à $\frac{15}{60}$, c'est-à-dire à $\frac{1}{4}$. De même, la probabilité de choisir un E est égale à $\frac{13}{60}$ et la probabilité de choisir un T est égale à $\frac{4}{60}$, c'est-à-dire à $\frac{1}{15}$.

d) Pour *t'assurer* d'avoir chaque lettre, tu dois t'assurer d'avoir, entre autres, une des 4 lettres T. Or il y a 56 boîtes qui ne contiennent pas cette lettre. En achetant 56 boîtes, tu ne serais pas certain d'avoir chacune des lettres. Il faudrait donc que tu achètes 57 boîtes pour être certain.

e) Si les 60 boîtes sont vendues au prix de 4 \$, la classe va recueillir 240 \$ (4×60). La classe peut remettre à la Croix rouge la *plus grande* somme s'il n'y a *aucun* gagnant de la loterie. Dans ce cas, elle doit payer 30 \$ pour les ingrédients et elle peut remettre 210 \$ $(240 - 30)$. (Par contre, s'il y a 4 gagnants, elle ne remet que 10 \$ $(240 - 30 - (4 \times 50))$!

Prolongement
Si les trois amis et toi empruntez 240 \$ pour acheter les 60 boîtes, vous gagnerez les 4 prix de 50 \$, pour un total de 200 \$. Vous remettrez cette somme à la personne de qui vous avez emprunté les 240 \$ et vous remettrez chacun 10 \$ de votre argent personnel $((240 - 200) \div 4)$.

Problème 6

Les résultats actuels sont :

Équipe	Victoires	Défaites	Points
Tigres	15	2	30
Étoiles	13	4	26
Lions	12	5	24
Généraux	10	7	20

a) Il reste 6 joutes : 1. Tigres-Étoiles, 2. Tigres-Lions, 3. Tigres-Généraux, 4. Étoiles-Lions, 5. Étoiles-Généraux, 6. Lions-Généraux.

b) Puisque la position est déterminée par le nombre de victoires, on peut omettre la colonne des défaites et la colonne des points. Puisqu'on demande la position la plus élevée que les Tigres pourraient atteindre, on peut se demander si l'équipe peut demeurer en première position. L'équipe peut terminer en 1re position si la colonne des victoires prend une des formes suivantes :

Tigres	15	15	15
Étoiles	14 (1 victoire)	15 (2 victoires)	15 (2 victoires)
Lions	14 (2 victoires)	14 ou 13 (2 ou 1 victoires)	15 (3 victoires)
Généraux	13 (3 victoires)	12 ou 13 (2 ou 3 victoires)	11 (1 victoire)

On remarque que les deux dernières colonnes indiquent une égalité en 1re position.

c) Puisque chaque équipe ne peut jouer que trois autres fois, seule l'équipe des Étoiles peut dépasser les Tigres s'ils gagnent leurs trois parties et si les Tigres perdent les leurs. Dans ce cas, la colonne des victoires ressemblerait à celle-ci :

Tigres	15
Étoiles	16 (3 victoires)
Lions	13 ou 12 (2 ou 1 victoires)
Généraux	12 ou 13 (1 ou 2 victoires)

d) Les Tigres et les Étoiles pourraient terminer en 1re position, ou les Tigres, les Étoiles et les Lions pourraient terminer en 1re position, comme on peut le voir dans les colonnes de victoires suivantes :

Tigres	15	16 (1 victoire)	15
Étoiles	15 (2 victoires)	16 (3 victoires)	15 (2 victoires)
Lions	14 ou 13 (2 ou 1 victoires)	14 ou 13 ou 12 (2, 1 ou 0 victoires)	15 (3 victoires)
Généraux	12 ou 13 (2 ou 3 victoires)	10 ou 11 ou 12 (0, 1 ou 2 victoires)	11 (1 victoire)

e) Les Généraux pourraient terminer ex aequo en 2e position avec une ou deux autres équipes comme l'indiquent les résultats suivants :

Tigres	18 (3 victoires)	17 (2 victoires)
Étoiles	13	13
Lions	12	13 (1 victoire)
Généraux	13 (3 victoires)	13 (3 victoires)

Remarque : Dans chaque cas, la colonne finale de victoires doit donner un total de 56. Il est donc possible de procéder en ajoutant 0, 1, 2 ou 3 au nombre de victoires de chaque équipe, tout en visant un total de 56.