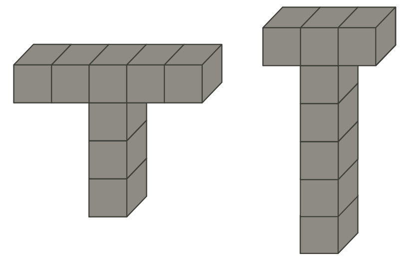
Problème

On a reliè huit cubes pour former un T majuscule. Tu peins à la bombe toutes les surfaces extérieures en noir.

a) Combien de faces de cubes sont peintes en noir?

b) La réponse de la partie a) change-t-elle si le T est six cubes de haut et trois cubes de large?

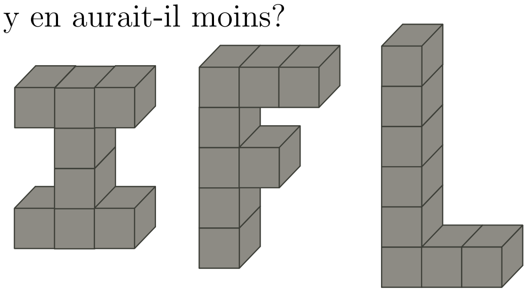
c) Si tu défaisais le T, dans chacune des parties a) et b), décris les différentes façons dont les petits cubes seraient peints en noir. (Ne retourne pas les cubes sur eux-mêmes.)

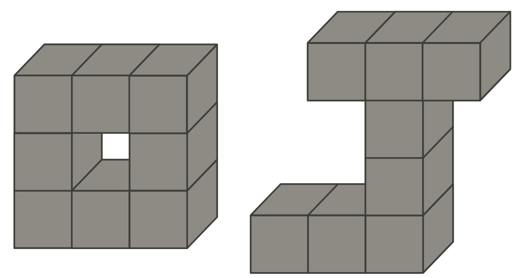


a) b)

Prolongement

1. Si tu utilisais 8 cubes pour construire les lettres ci-dessous, y aurait-il plus de faces peintes en noir que pour le T ou y en aurait-il moins?





2. Même question pour les lettres ci-contre.

Indices

1er indice - Quelles faces des cubes NE sont PAS peintes en noir?

2^{e} indice - Combien de faces y a-t-il en tout, si on a 8 cubes?

Suggestion: Fournir des cubes emboîtables (ou d'autres cubes) et leur demander de placer un morceau de ruban-cache sur chaque face qui serait peinte en noir.

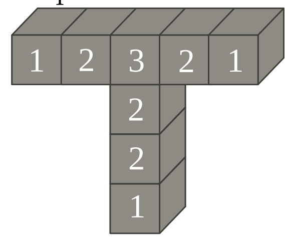
Prolongement

1er indice - Combien de cubes y a-t-il? Combien de faces y a-t-il en tout?

2^{e} indice - Quelles faces ne sont pas peintes? Combien y en a-t-il?

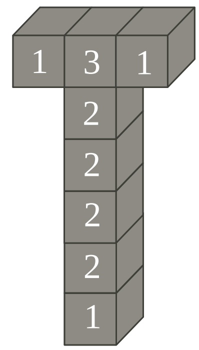
Solution

La plupart des élèves vont compter les faces peintes une à la fois d'une façon ou d'une autre (p. ex., en procédant un cube à la fois, ou en comptant les faces du devant, puis celles d'un côté, etc.). Voici une autre façon de compter en organisant les cubes selon le nombre de faces peintes.



a) On peut distinguer trois sortes de cubes selon le nombre de faces peintes:
Type 1: Une face non peinte; donc 5 faces noires.
Type 2: Deux faces non peintes; donc 4 faces noires
Type 3: Trois faces non peintes; donc 3 faces noires

D'après le T illustré ci-contre, il y a 3 cubes de type 1, 4 cubes de type 2 et 1 cube de type 3. Le nombre de faces peintes est donc égal à $(3 \times 5) + (4 \times 4) + (1 \times 3)$, ou 34.

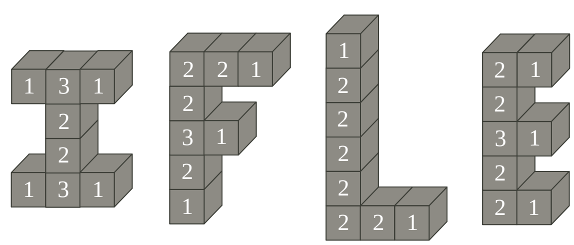


b) Si on forme le T illustré ci-contre, il y a encore 3 cubes de type 1, 4 cubes de type 2 et 1 cube de type 3. Le nombre de faces peintes n'a pas changé.

c) Si on défaisait le T, on verrait trois types de cubes:
Type 1: Toutes les faces sont noires, sauf une qui était collée contre un autre cube.
Type 2: Quatre faces sont noires. Elles forment un ruban à la verticale autour du cube. Une face à gauche et une face à droite ne sont pas peintes.
Quatre faces sont noires. Elles forment un ruban à l'horizontale autour du cube. Une face en haut et une face en bas ne sont pas peintes.
Type 3: Le devant, le haut et l'arrière du cube sont noirs.

Prolongement

1. On étiquette les cubes selon leur type, comme dans la partie a) et on obtient les nombres suivants de faces peintes:
I: $(4 \times 5) + (2 \times 4) + (2 \times 3) = 34$;
F: $(3 \times 5) + (4 \times 4) + (1 \times 3) = 34$;
L: $(2 \times 5) + (6 \times 4) = 34$;
E: $(3 \times 5) + (4 \times 4) + (1 \times 3) = 34$.
Ces lettres ont toutes le même nombre de faces peintes que le T.



2. On obtient les nombres suivants de faces peintes:
O: $(8 \times 4) = 32$;
J: $(3 \times 5) + (4 \times 4) + (1 \times 3) = 34$.
Seule la lettre O donne un nombre différent. Il s'agit de la seule construction qui n'a aucune extrémité. Elle forme un anneau.