

Problème

Place les nombres 1, 2, 3, ..., 9 dans trois ensembles de trois nombres de manière que les nombres de chaque ensemble aient la même somme.

Prolongement

1. Si l'on permet que les ensembles ne contiennent pas nécessairement le même nombre de nombres, tout en gardant la même somme, y a-t-il plus d'une façon de former les ensembles? Explique.
2. Refais le problème initial avec d'autres ensembles de neuf nombres entiers consécutifs (p. ex., 2, 3, ..., 10 ou 5, 6, ..., 13).



Indices

Suggestion: Pour permettre une approche par tâtonnements, demander aux élèves de créer des cartons numérotés 1, 2, ..., 9 et de les placer en ensembles de trois avec des sommes identiques.

1^{er} indice - Comment peux-tu trouver ce qu'est la somme des trois nombres dans chaque ensemble?

2^e indice - Quels nombres NE peuvent PAS être dans un même ensemble? (Par exemple, le 7 et le 8 peuvent-ils être ensemble? Le 1 et le 2 peuvent-ils être ensemble?)

Remarque à l'enseignante ou à l'enseignant: Si le 1^{er} indice ne suffit pas, demander « Quelle est la somme des neuf nombres? », puis « Comment cette somme nous aide-t-elle à trouver la somme de chaque ensemble? »

Suggestion: Une fois que les élèves ont découvert que la somme des nombres de chaque ensemble est égale à 15, on peut leur suggérer de trouver toutes les combinaisons possibles de trois nombres qui ont une somme de 15. Ensuite, ils doivent trouver trois ensembles qui n'ont aucun nombre en commun.

Solution

La somme des nombres 1, 2, ..., 9 est égale à 45. Puisque les nombres de chaque ensemble doivent avoir la même somme, cette somme doit donc être égale à 15. Donc, les nombres 7, 8 et 9 doivent paraître dans des ensembles distincts. Voici les combinaisons possibles de trois nombres distincts de 1 à 9 qui ont une somme de 15: $9 + 1 + 5$, $9 + 2 + 4$, $8 + 1 + 6$, $8 + 2 + 5$, $8 + 3 + 4$, $7 + 2 + 6$, $7 + 3 + 5$. Si on choisit dans cette liste, il n'y a que deux façons de choisir trois ensembles qui contiennent les neuf nombres: (i) $\{9, 1, 5\}$, $\{8, 3, 4\}$, $\{7, 2, 6\}$ ou (ii) $\{9, 2, 4\}$, $\{8, 1, 6\}$, $\{7, 3, 5\}$.

Prolongement

1. Voici deux solutions. Il y en a d'autres.
(i) $\{9, 1, 2, 3\}$, $\{7, 8\}$, $\{6, 5, 4\}$ ou (ii) $\{8, 1, 2, 4\}$, $\{9, 6\}$, $\{7, 3, 5\}$
2. Les réponses vont varier, selon les ensembles choisis au départ. Demander aux élèves de faire vérifier leurs résultats par d'autres élèves.