

Emmy Noether — 1^{er} cercle de 2008-2009

Partie I Problèmes

Problème 1



a) Pour son anniversaire de naissance, Denis veut recevoir un lecteur mp3 de 4 gigaoctets, ce qui lui permettrait d'y télécharger toutes ses chansons préférées. Il sait qu'une chanson de 4 minutes utilise 4 mégaoctets de mémoire. Combien de chansons de 4 minutes pourrait-il télécharger sur le disque dur de son lecteur mp3 ?

NOTE : 1 gigaoctet = 1000 mégaoctets

b) Lorsque sa mère gagne le gros lot au bingo du lundi soir, Denis s'imagine qu'il recevra peut-être un lecteur mp3 de 30 gigaoctets plutôt que le lecteur plus petit de 4 gigaoctets. Combien de chansons de 4 minutes pourrait-il placer sur un lecteur de 30 gigaoctets ?

c) Supposons que le lecteur mp3 de 30 gigaoctets joue chaque chanson en mémoire avant de recommencer. Combien de journées de 24 heures mettrait-il pour jouer chaque chanson une fois si sa mémoire est pleine ?

Problème 2

Chacun des chiffres 1, 2, ..., 9 est placé dans une des cases de la grille-mystère ci-dessous. Utilise les indices suivants pour découvrir où chaque chiffre est placé. (Lis TOUS les indices avant de commencer.)

Indices :

1. Les quatre cases dans les coins contiennent des nombres pairs.
2. Le plus grand nombre est au milieu.
3. La colonne A contient les deuxième, troisième et quatrième plus grands nombres, en ordre descendant.
4. La colonne C contient tous les diviseurs de 4.
5. La rangée 3 ne contient que des diviseurs de 6.

Vérifie ta solution en t'assurant qu'elle satisfait à chaque indice.

Prolongement

1. On considère la solution d'une grille-mystère ci-contre, ainsi que les termes mathématiques *diviseur*, *le plus petit*, *le plus grand*, *consécutifs*, *ascendants*, *descendants*, *impair*, *pair*. Utilise au moins quatre de ces termes pour créer un ensemble de 4 à 6 indices qui mènent à cette solution.



	A	B	C
1			
2			
3			

	A	B	C
1	2	7	5
2	8	1	4
3	3	9	6

Problème 3

On voit ci-dessous les pages du calendrier de mars 1596, de mai 1718 et de mars 1882. Utilise ces calendriers et réponds aux questions suivantes pour découvrir des régularités.

Mars ~1596

D	L	M	M	J	V	S
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31*			

Mai ~1718

D	L	M	M	J	V	S
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16*	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

Mars ~1882

D	L	M	M	J	V	S
		1	2	3	4	
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23*	24	25
26	27	28	29	30	31	

* naissance de René Descartes

* naissance de Maria Gaetana Agnesi

* naissance de Emmy Noether

- a) Choisis un nombre dans la troisième semaine d'un des calendriers.
- (i) Comment ce nombre est-il relié au nombre qui est situé directement au-dessus de lui ?
 - (ii) Comment ce nombre est-il relié au nombre qui est situé directement au-dessous de lui ?
 - (iii) Cette relation est-elle vraie pour n'importe quelle page d'un calendrier ?

Explique tes réponses.

- b) Choisis un nombre au milieu d'une semaine d'un des calendriers.
- (i) Comment ce nombre est-il relié au nombre qui est situé directement à sa droite ?
 - (ii) Comment ce nombre est-il relié au nombre qui est situé directement à sa gauche ?
 - (iii) Cette relation est-elle vraie pour n'importe quelle page d'un calendrier ?

Explique tes réponses.

- c) Choisis un nombre près du milieu d'un des calendriers. On l'appellera n . Les huit nombres autour de n , avec n , forment un carré de neuf nombres. Ci-dessous, on voit un exemple d'un tel carré autour du nombre 14. (Utilise le même carré pour répondre aux questions (i), (ii), (iii) et (iv).)

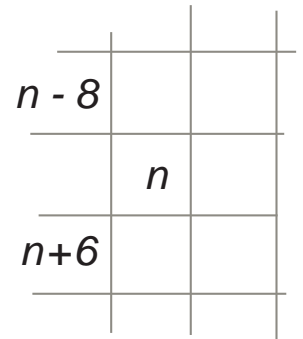
- (i) Dans ce carré de neuf nombres, choisis deux ensembles de trois nombres ayant chacun la même somme et de manière que la moyenne des trois nombres soit égale à n dans les deux cas.
- (ii) Trouve deux autres tels ensembles de trois nombres, différents de ceux de la partie (i).
- (iii) Si tu avais choisi un autre nombre du milieu n , pourrais-tu choisir quatre ensembles de trois nombres de la même manière ? Discute avec une ou un camarade qui a choisi un nombre différent. Explique ta réponse.

	6	7	8
	13	14	15
	20	21	22

- (iv) Y a-t-il deux ensembles de trois nombres, dans ce carré, qui ont la même somme, mais dont la moyenne n'est PAS égale à n ? S'il y en a, écris-les.

Prolongements

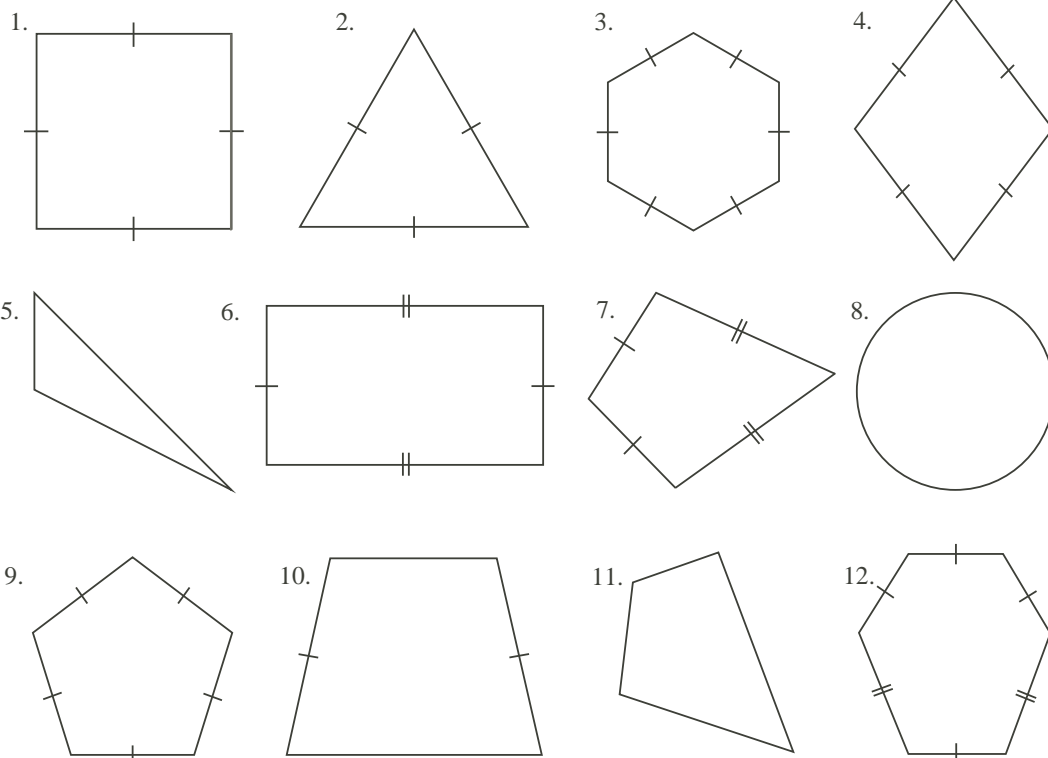
1. (i) La figure ci-contre montre un carré de 9 cases. Il est tiré d'une page de calendrier, comme dans la figure précédente, mais il présente une forme plus générale, où le nombre du milieu est représenté par n . Remarque comment n est relié aux huit autres nombres, puis remplis le tableau en écrivant les nombres en fonction de n .
 INDICE : Utilise tes résultats des parties a) et b) ci-dessus.
- (ii) Utilise ce carré rempli pour expliquer pourquoi des ensembles de trois nombres choisis comme dans les parties c)(i) et (ii), ci-dessus, auront toujours une moyenne de n , tandis que ceux choisis comme dans la partie c(iv) n'auront pas cette moyenne.



2. Écris un bref paragraphe sur chacun des mathématiciens René Descartes, Maria Agnesi et Emmy Noether. Tu peux consulter des livres de référence ou Internet.

Problème 4

Dans les figures suivantes, les côtés de même longueur sont indiqués par un '|' ou un '||'.

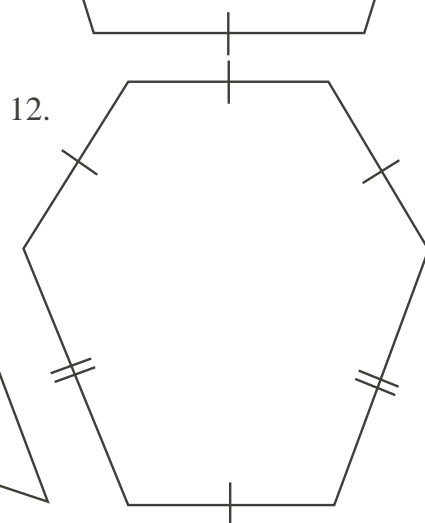
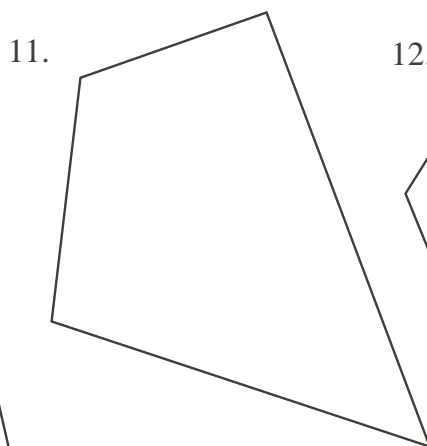
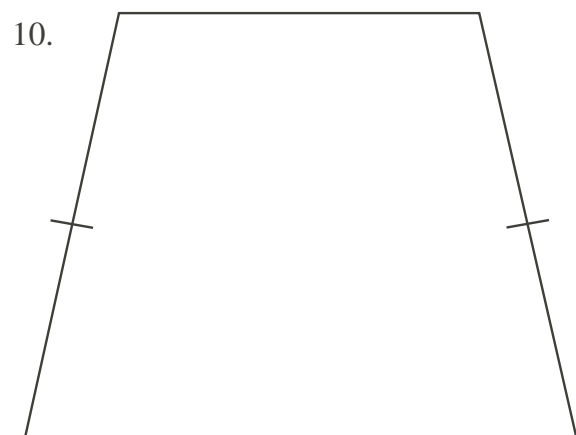
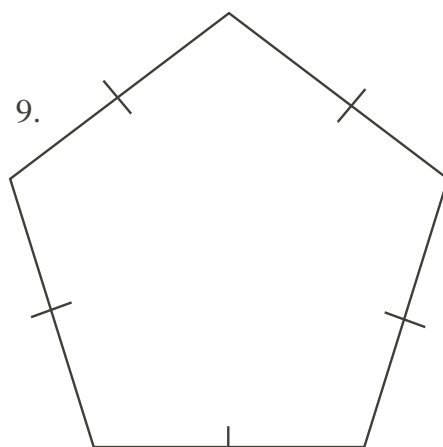
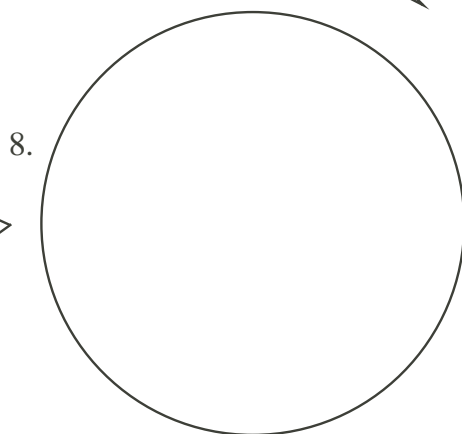
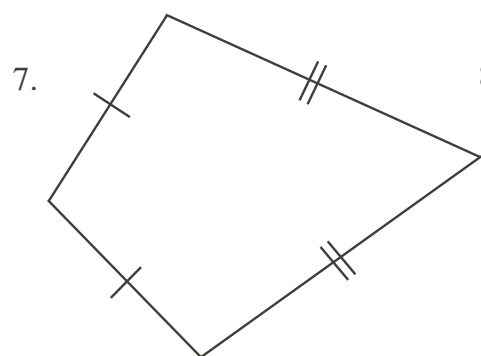
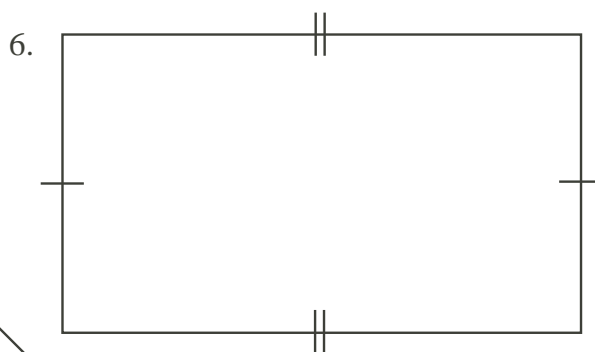
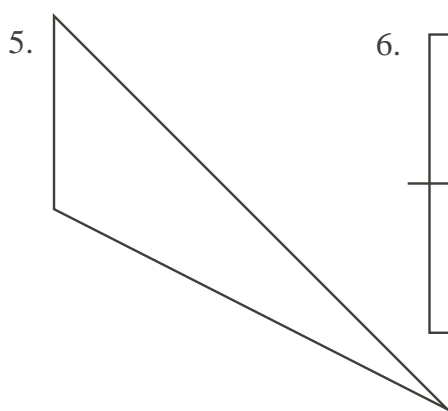
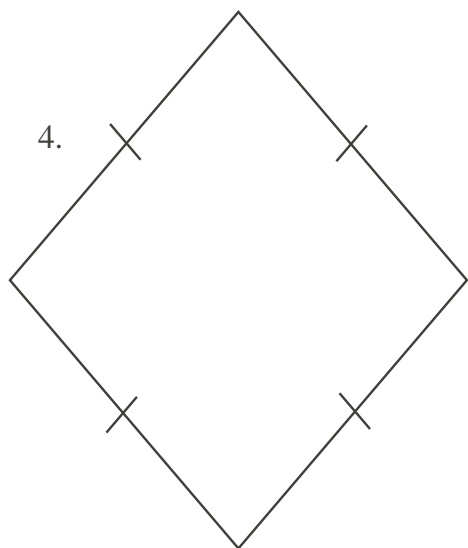
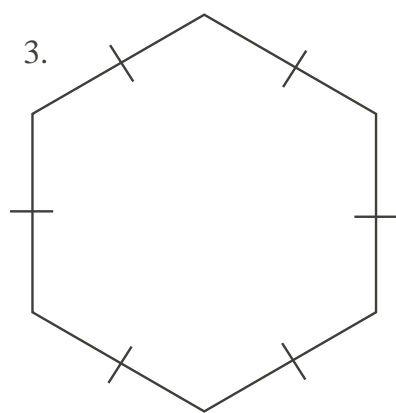
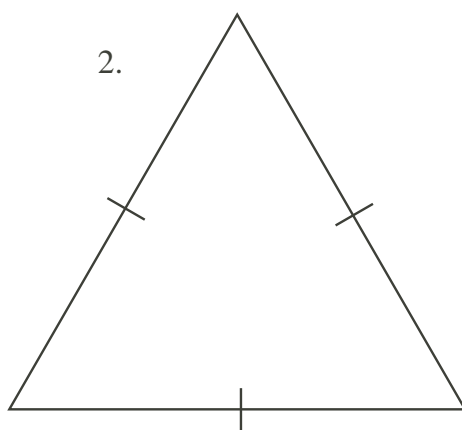
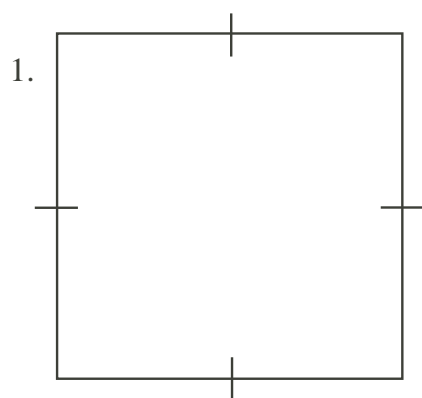


Utilise les figures agrandies, à la page suivante, pour répondre aux questions a) à d).

- a) Nomme chaque figure.
- b) Quelles figures n'ont qu'un axe de symétrie? Trace l'axe sur chacune de ces figures.
- c) Quelles figures ont exactement deux axes de symétrie? Trace les axes sur chacune de ces figures.
- d) Y a-t-il des figures qui ont plus de quatre axes de symétrie? Si oui, quelles sont-elles?

Prolongement

1. Quelles sont les figures ci-dessus dont on pourrait dire qu'elles ont un centre? Pourquoi?



Problème 5

- a) Mélanie a 16 mètres de clôture qu'elle veut utiliser pour construire un enclos pour son teckel (chien saucisse) Franz. Sur le quadrillé à la page suivante, trace autant de rectangles que possible ayant chacun un périmètre de 16 mètres. Les côtés des rectangles doivent coïncider avec les lignes du quadrillé. Écris l'aire de chaque rectangle.
- b) Quel enclos Mélanie devrait-elle choisir si elle veut que Franz ait le plus d'espace possible ? Comment la forme de cet enclos est-elle différente de celles des autres enclos ?
- c) Si Mélanie veut que son chien puisse courir sur une plus grande distance possible en ligne droite, quel enclos devrait-elle choisir ? (Il faut que le chien puisse se retourner !)
- d) Supposons que Mélanie a 36 mètres de clôture. À partir de tes résultats des parties a) et b), émetts une hypothèse sur les dimensions de l'enclos le plus grand qu'elle pourrait construire et qui aurait un périmètre de 36 mètres. Ensuite, prouve ton hypothèse en remplissant un tableau contenant toutes les dimensions possibles (nombres entiers) et les aires correspondantes. (Il n'est pas nécessaire de tracer les rectangles.)



Problème 6 : Quel est mon numéro ? (Un jeu pour deux élèves)

Choisissez celui ou celle qui jouera en premier (Joueur 1).

- a) Voici les étapes du jeu :
 - Joueur 1 : Choisis un numéro de 1 à 10 et écris-le sur une feuille de papier. Plie la feuille au milieu de manière à cacher ce numéro du Joueur 2.
 - Joueur 2 : Essaie de deviner le numéro caché. Tiens compte du nombre d'essais que tu as faits pour obtenir le bon numéro.
 - Joueur 1 : Réponds à chaque essai en disant « plus grand » ou « plus petit » pour indiquer que le nombre caché est plus grand ou plus petit que le nombre deviné par le Joueur 2.

Lorsque le Joueur 2 a bien deviné, réponds aux questions suivantes :

- (i) Combien d'essais le Joueur 2 a-t-il pris pour trouver le nombre ?
- (ii) Pensez-vous que le Joueur 2 pourrait trouver le nombre en posant moins de questions ? Expliquez.

Recommencez plusieurs fois, en changeant de rôle à chaque fois. À chaque fois, écrivez le nombre d'essais qui ont été utilisés pour obtenir la réponse.

- b) Répétez la partie a) en choisissant un numéro de 1 à 50.
- c) Discutez, à deux, des stratégies possibles pour minimiser le nombre d'essais qu'il faudrait pour déterminer la réponse.
- d) Recommencez la partie b) en utilisant une de ces stratégies. Avez-vous réussi à diminuer le nombre d'essais ?

