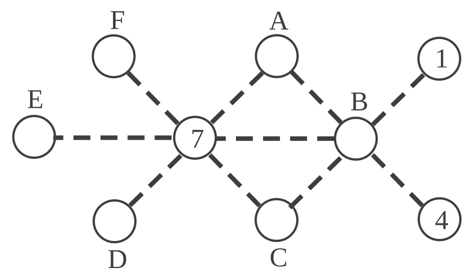
# Emmy Noether — 3e cercle de 2008-2009

## Partie I Problèmes

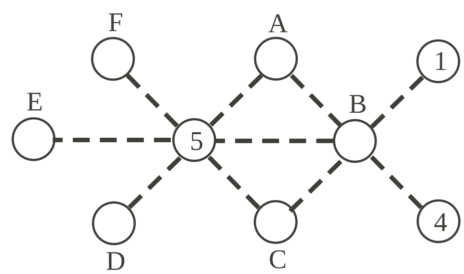
### Problème 1




a) Dans la figure ci-contre, il y a cinq lignes. Sur chacune, on peut placer trois nombres dont la somme est égale à 18. Chacun des nombres 1, 2, 3, . . . , 9 doit être placé une fois dans un des neuf petits cercles. Trouve les nombres qui pourraient être placés dans les cercles A, B, C, D, E et F.

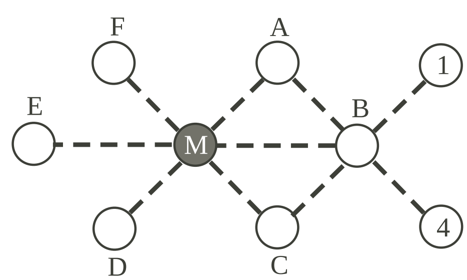
b) Compare ta solution à celles de tes camarades. Quelqu'un a-t-il obtenu une solution différente de la tienne ?

c) Résous le problème en remplaçant au départ le 7 par un 5, comme dans la figure ci-contre. Qu'arrive-t-il ?




*Prolongement*

1. Explore les autres solutions possibles lorsqu'on place un autre nombre que 5 ou 7 dans le cercle ombré M. De là, prouve que la seule possibilité qui donne une solution, c'est de placer un 7 dans le cercle ombré M.




### Problème 2

a) La masse de la pelure d'une orange est à peu près $\frac{1}{8}$ de la masse totale de l'orange. Si tu achètes un sac d'oranges de 3 kg au coût de 0,99 \$ le kilogramme, combien dépenses-tu pour la pelure ? Pour les fruits eux-mêmes ?

b) La cafétéria d'une école utilise 8 sacs d'oranges par mois. Le prix d'un sac a varié pendant le mois : la 1re semaine, il coûtait 0,99 \$ le kilogramme ; la 2e semaine, il coûtait 0,97 \$ le kilogramme ; la 3e semaine, il coûtait 1,02 \$ le kilogramme et la 4e semaine, il coûtait 0,95 le kilogramme. Pour minimiser le coût total, le gérant aurait-il dû acheter 8 sacs la première semaine ou 2 sacs par semaine pendant 4 semaines ?

c) Quels autres coûts pourraient influencer le « meilleur » choix de la partie b) ? Ta réponse changerait-elle ?

**Problème 3**

Dans chacune des équations (A), (B) et (C) ci-dessous, les deux ou trois sacs contiennent le même nombre de pièces de 1 $, mais les quantités peuvent être différentes d'une équation à l'autre.


(A)   +   $= 12$ pièces

(B)   +   $+ 3$ pièces $= 7$ pièces

(C)   +   +   $+ 4$ pièces $= 19$ pièces

(i) Combien y a-t-il de pièces de 1 $ dans chaque sac de l'équation (A) ? de l'équation (B) ? de l'équation (C) ?

(ii) Est-il possible de déterminer le nombre total de pièces de 1 $ dans les sept sacs SANS déterminer combien il y en a dans chaque sac ? Si oui, montre comment s'y prendre.

(iii) Apparie l'histoire suivante à une des équations (A), (B) ou (C) :

Les jumelles Sarah et Clara ont chacune épargné la même somme d'argent. Elles veulent combiner leurs épargnes pour acheter un modèle d'un vaisseau spatial qui coûte 7,00 $, mais elles doivent épargner 3,00 $ de plus.

(iv) Invente des histoires pour apparier les deux autres équations. Utilise des situations différentes de celle de la partie (iii).

*Prolongement*

1. Dans les problèmes suivants, $\square$ et $\Diamond$ représentent deux nombres entiers positifs qui ont une somme de 11, c'est-à-dire que $\square + \Diamond = 11$.

   a) Quelles sont les valeurs possibles de $\square$ et de $\Diamond$ ?

   b) Si, en plus, on a $\square - \Diamond = 3$, quelles sont les valeurs possibles de $\square$ et de $\Diamond$ ?

   c) Si, en plus, on a $\square \times \Diamond = 24$, quelles sont les valeurs possibles de $\square$ et de $\Diamond$ ?

   d) En plus, est-il possible que $\square \times \Diamond = 20$ ? Pourquoi ?

**Problème 4**

Xiaomei a quatre pièces de monnaie dans sa poche, soit une pièce de 1 ¢, une pièce de 5 ¢, une pièce de 10 ¢ et une pièce de 25 ¢. Supposons qu'elle choisit une pièce au hasard, sans regarder.

a) Quelle est la probabilité pour qu'elle choisisse une pièce de 10 ¢ ?

b) Remplis le tableau ci-contre pour indiquer les choix possibles de Xiaomei ainsi que les pièces qui restent dans sa poche dans chaque cas. (Un des choix est donné.)

| Pièce choisie | Pièces restantes |
|---|---|
| 5 ¢ | 1 ¢, 10 ¢, 25 ¢ |
| | |
| | |
| | |

c) Quelle est la probabilité pour que les pièces qui restent dans sa poche aient une valeur supérieure à 30 cents ? inférieure à 30 cents ? Explique comment tu as obtenu tes réponses.

*Prolongement*

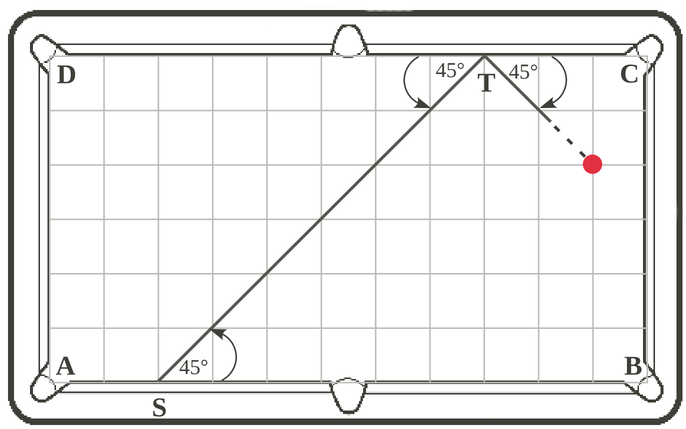
1. Supposons que Xiaomei a deux pièces de 1 ¢, une pièce de 5 ¢, une pièce de 10 ¢ et une pièce de 25 ¢ dans sa poche.

   (i) Tes réponses aux questions a) et c) changeraient-elles ? Explique.

   (ii) Si elle choisit une pièce au hasard dans sa poche, quelle est la probabilité pour que les pièces qui restent dans sa poche aient une valeur totale supérieure à 40 cents ?

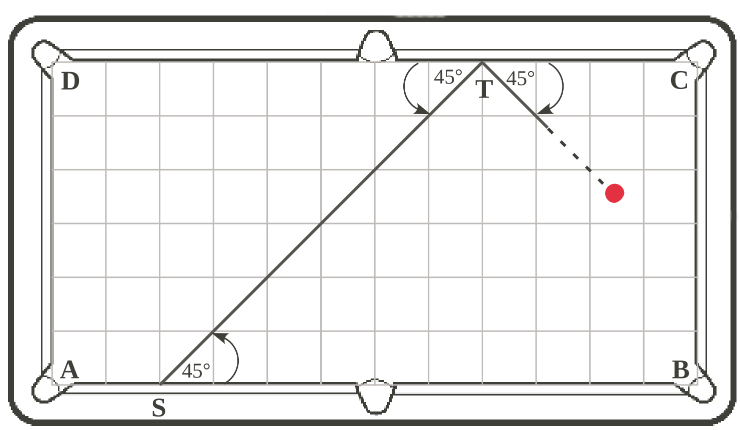
**Problème 5**

a) La table de billard ci-contre mesure 6 unités sur 11 unités. Seules les poches de coins A, B, C et D sont utilisées. Supposons qu'une boule est frappée à l'endroit indiqué S, à un angle de 45°, et qu'elle continue de rebondir à un angle de 45° à chaque fois qu'elle frappe le côté de la table. Tombera-t-elle éventuellement dans une poche de coin ? Si oui, laquelle ?



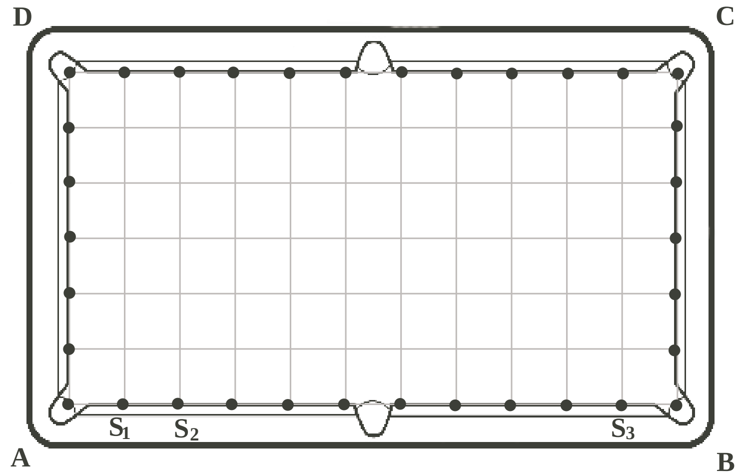

b) Inscris une marque sur la figure pour indiquer l'endroit, sur le bord de la table a), où il faudrait frapper la boule à un angle de 45° pour qu'elle tombe dans la poche C après un rebond.

c) Supposons que la table mesure 6 unités sur 12 unités et que la boule est frappée au point S, comme dans la partie a). Obtiens-tu le même résultat que dans la partie a) ? Explique.



*Prolongement*

1. On considère les points foncés indiqués sur la table 6 sur 11 de la partie a). Y a-t-il des points d'où on pourrait frapper la boule à un angle de 45° pour qu'elle rebondisse toujours à un tel angle SANS jamais tomber dans une poche ? INDICE : Trace les chemins parcourus par la boule à partir des points initiaux $S_1$, $S_2$ et $S_3$. Explique pourquoi cela nous dévoile le résultat à partir de n'importe quel autre point initial de l'ensemble donné.




**Problème 6 : Le robinet qui fuit (Pour groupes de deux élèves ou plus)**

Pour cette expérience, il te faut un évier avec un robinet, un chronomètre ou une montre qui indique les secondes, une petite tasse et un cylindre gradué.

a) Ouvre un peu le robinet, de manière qu'il coule régulièrement goutte-à-goutte (assez lentement pour que tu puisses compter les gouttes). Une fois le robinet réglé, NE LE FERME PAS avant d'avoir complété les deux étapes suivantes :

1. Compte le nombre de gouttes qui tombent en 20 secondes et inscris la réponse dans le tableau ci-dessous.

2. Place la tasse sous le robinet de manière à capter l'eau qui tombe pendant 5 minutes.

b) Transvide l'eau de la tasse au cylindre gradué de manière à déterminer la quantité d'eau (en millilitres) qui est tombée pendant les 5 minutes. Enscris cette quantité dans le tableau au numéro 3.

c) Remplis la 3e colonne du tableau. Il faut faire des calculs pour les numéros 2, 4, 5, 6, 7.

d) Dans le monde occidental, selon certains estimés*, une personne utilise en moyenne 50 L d'eau à chaque jour pour ses besoins quotidiens. Pendant combien de temps le robinet coulerait-il pour utiliser cette quantité d'eau ? (Rappel : 1000 mL = 1 L)

| | Expérience portant sur le robinet qui fuit | |
|---|---|---|
| 1. | Nbre de gouttes en 20 secondes | gouttes |
| 2. | Nbre de gouttes par minute | gouttes/min |
| 3. | Eau perdue en 5 minutes | mL |
| 4. | Eau perdue en 1 heure | mL/h |
| 5. | Eau perdue en 1 jounée | mL/jour |
| 6. | Eau perdue en 1 semaine | mL/sem |
| 7. | Eau perdue en 1 an | mL/année |

e) Compare tes résultats à ceux des autres équipes de la classe. Sur Internet ou dans une bibliothèque, renseigne-toi sur l'utilisation quotidienne de l'eau dans plusieurs pays du tiers-monde. Est-ce qu'elle se compare à 50 L ?

*The World's Water : The Biennial Report on Freshwater Resources (Island Press, Washington, D.C.)

*Prolongement*

1.(i) Le Canada compte à peu près $10 \times 10^6$ foyers. Si 1 foyer sur 10 a un robinet qui fuit comme celui de l'expérience, combien d'eau est gaspillée chaque jour ? chaque année ?

(ii) En moyenne, une piscine extérieure creusée contient 36 000 L d'eau. Combien de piscines pourrait-on remplir une fois par année en utilisant l'eau gaspillée dans tous ces foyers ?