Partie 2 — À l'intention de l'enseignante ou de l'enseignant

Domaines

Problème 1 - Numération et sens du nombre

Problème 2 - Mesure

Problème 3 - Modélisation et algèbre

Problème 4 - Probabilité

Problème 5 - Géométrie et sens de l'espace

Problème 6 - Mesure ; Traitement de données

Indices et suggestions

Problème 1 a)

1er indice - Quels nombres pourraient aller dans les cercles B et C ?

2e indice - Quels nombres pourraient aller dans les cercles A et D ?

Problème 1 c)

1er indice - Quel nombre DOIT aller dans le cercle B ?

Prolongement

1er indice - Essaie une des possibilités connues pour le cercle B. Que sait-on maintenant au sujet de A et de C ?

2e indice - Choisis une valeur pour le cercle entre les cercles E et B. Cette valeur est-elle bonne ?

Problème 2 a)

1er indice - Quel est le coût total d'un sac d'oranges ?

Problème 2 b)

1er indice - Quel est le coût mensuel si on achète deux sacs par semaine ?

Problème 3 (i)

1er indice - Si ta mère a 12 pièces de 1 $ et qu'elle les donne équitablement à toi et à ton frère, combien d'argent chacun recevra-t-il ?

2e indice - Combien y a-t-il de pièces de 1 $ en tout dans les deux sacs de l'équation (B) ?

3e indice - Combien y a-t-il de pièces de 1 $ en tout dans les trois sacs de l'équation (C) ?

Prolongement

1er indice - Est-ce que $3 + 8$ est un choix différent de $8 + 3$ pour $\square + \Diamond$?

Problème 4

Suggestion : Avant que les élèves n'abordent ce problème, il est peut-être bon de revoir que la probabilité d'un événement est égale au quotient du nombre de résultats favorables par le nombre de résultats possibles.

Problème 4 c)

1er indice - Quelles sont les valeurs totales possibles des divers ensembles de pièces restantes ?

2e indice - Combien de ces valeurs possibles dépassent 30 cents ?

Prolongement

1er indice - Le fait qu'il y a maintenant deux pièces de 1 ¢ a-t-il un effet sur les probabilités ?

Problème 5

Suggestion : Demander aux élèves de tracer plusieurs tables de billard sur du papier quadrillé avant de répondre à chaque question. Cela évitera le besoin d'effacer à excès.

Problème 5 a)

1er indice - Si tu traces le trajet d'une boule sur le quadrillage, qu'est-ce que l'angle de rebondissement de 45° te dit au sujet du trajet de la boule après le rebondissement ?

Problème 5 b)

1er indice - Si tu frappais la boule au coin C à un angle de 45°, qu'est-ce qui arriverait ?

Prolongement

1er indice - Si une boule arrive dans la poche C, quel était son dernier point de rebondissement ? Et si elle arrive dans la poche A ? Dans la poche B ? Dans la poche D ?

Suggestion : Utiliser des crayons de couleurs différentes pour tracer divers trajets dans les parties b) et c), de même que dans le Prolongement.

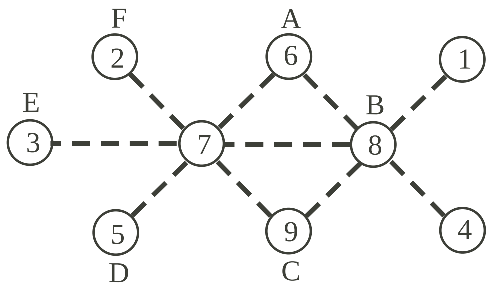
Problème 6

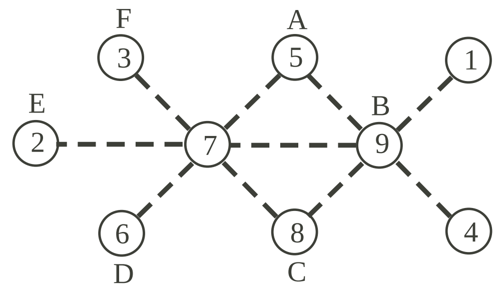
Suggestion : S'assurer que l'eau dégoutte assez lentement pour qu'on puisse compter facilement (environ 1 goutte par seconde), mais pas trop lentement.

Solutions

Problème 1

a), b) Puisque 1 + B + C = 18, alors B + C = 17. Donc, il n'y a que deux nombres possibles pour le cercle B (ou pour le cercle C), soit 8 et 9. Une fois que le nombre du cercle B est choisi, les choix pour les cercles A, C et E sont fixés, ce qui détermine ensuite les choix pour les cercles D et F. Voici les deux solutions possibles :

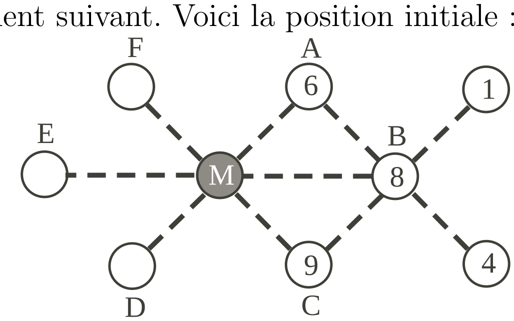




c) Lorsqu'on remplace le 7 par un 5, il y a deux possibilités pour les trois cercles de la deuxième rangée. Si B = 8, on a 8 + 5 + E = 18, ce qui veut dire que E = 5, mais le 5 est déjà employé. Si B = 9, on a 9 + 5 + E = 18, ce qui veut dire que E = 4, mais le 4 est déjà employé. Donc, aucune solution n'est possible lorsqu'on remplace le 7 par un 5.

Prolongement

1. Pour montrer que 7 est la seule possibilité, il suffit de le remplacer successivement par les autres nombres. Il n'y a que deux valeurs possibles pour le nombre du cercle B, soit 8 et 9. Si B = 8, on utilise l'argument suivant. Voici la position initiale :



Les nombres 2, 3, 5 et 7 sont disponibles pour les quatre espaces vides. Il suffit de placer chacun de ces nombres dans le cercle M. Or, on sait déjà que M = 7 donne deux solutions et que M = 5 n'en donne aucune. Si M = 2, on a B + M + E = 18, c'est-à-dire 8 + 2 + E = 18. Donc E = 8, mais le 8 est déjà employé. Si M = 3, on a A + M + D = 18, c'est-à-dire 6 + 3 + D = 18. Donc D = 9, mais le 9 est déjà employé. Donc si B = 8, le seul nombre possible pour le cercle M est 7.
Si B = 9, un argument semblable prouve que le seul nombre possible pour le cercle M est 7.

Problème 2

a) Trois sacs d'oranges coûtent 2,97 \$ (3 × 0,99 = 2,97). Puisque le coût de la pelure correspond à $\frac{1}{8}$ du coût total, cela correspond à $\frac{1}{8}$ de 2,97 \$, soit 0,37 \$ ($2{,}97 \div 8 = 0{,}37125 \approx 0{,}37$). Donc pour les fruits, on dépense environ 2,60 \$.

b) Si le gérant achète deux sacs par semaine, le coût est égal à :

$$2 \times 0{,}99\,\$ + 2 \times 0{,}97\,\$ + 2 \times 1{,}02\,\$ + 2 \times 0{,}95\,\$ = 7{,}86\,\$$$

S'il achète huit sacs la première semaine, le coût est égal à $8 \times 0{,}99\,\$$, soit 7,92 \$. Cela coûte moins cher d'acheter deux sacs par semaine pendant quatre semaines.

c) Si on tient compte des coûts de transport et du temps requis pour faire quatre voyages au lieu d'un seul, l'économie de 6 cents n'est pas significative et il vaut mieux acheter toutes les oranges la première semaine.

Problème 3

(i) Chaque sac de l'équation (A) contient 6 pièces de 1 \$.
Puisque $\boxed{\text{B}} + \boxed{\text{B}} + 3 = 7$, alors $\boxed{\text{B}} + \boxed{\text{B}} = 4$. Donc, chaque sac de l'équation (B) contient 2 pièces de 1 \$.
Puisque $\boxed{\text{C}} + \boxed{\text{C}} + \boxed{\text{C}} + 4 = 19$, alors $\boxed{\text{C}} + \boxed{\text{C}} + \boxed{\text{C}} = 15$. Donc, chaque sac de l'équation (C) contient 5 pièces de 1 \$.

(ii) Puisque $\boxed{\text{A}} + \boxed{\text{A}} = 12$, $\boxed{\text{B}} + \boxed{\text{B}} = 4$ et $\boxed{\text{C}} + \boxed{\text{C}} + \boxed{\text{C}} = 15$, on voit que le nombre total de pièces de 1 \$ dans les sept sacs est égal à la somme des membres de gauches des trois équations. Il est donc égal à la somme des membres de droite, c'est-à-dire à 31 $(12 + 4 + 15 = 31)$. Donc, il y a un total de 31 pièces de 1 \$ dans les sept sacs.

(iii) Cette histoire correspond à l'équation (B), où un sac $\boxed{\text{B}}$ représente la somme épargnée par une jumelle et le 7 représente les 7,00 \$ que coûte le vaisseau spatial.

(iv) Demander à plusieurs élèves de lire leurs histoires et animer une discussion pour vérifier si elles apparient les équations.

Prolongement

1. a) Si $\square + \lozenge = 11$, les valeurs possibles de $\square$ et de $\lozenge$ sont :
$(\square, \lozenge) = (1, 10), (2, 9), (3, 8), (4, 7), (5, 6), (6, 5), (7, 4), (8, 3), (9, 2), (10, 1)$.

b) Si, en plus, on a $\square - \lozenge = 3$, la seule possibilité est $(\square, \lozenge) = (7, 4)$.

c) Si, en plus, on a $\square \times \lozenge = 24$, les valeurs possibles sont $(\square, \lozenge) = (3, 8)$ et $(\square, \lozenge) = (8, 3)$.

d) Si, en plus, on a $\square \times \lozenge = 20$, il n'y a aucune valeur possible.

Problème 4

a) Puisque Xiaomei a quatre pièces de monnaie dans sa poche, dont une pièce de 10 ¢, la probabilité de choisir une pièce de 10 ¢ est égale à $\frac{1}{4}$. (On suppose qu'elle ne prend pas le temps de regarder ou de tâter les pièces et qu'elle choisit la première pièce qu'elle touche.)

b) Voir le tableau rempli ci-contre.

Pièce choisie	Pièces restantes
5 ¢	1 ¢, 10 ¢, 25 ¢
1 ¢	5 ¢, 10 ¢, 25 ¢
10 ¢	1 ¢, 5 ¢, 25 ¢
25 ¢	1 ¢, 5 ¢, 10 ¢

c) Puisque la valeur totale des pièces restantes est supérieure à 30 cents dans 3 des 4 résultats possibles, la probabilité est donc de $\frac{3}{4}$. Puisque la valeur totale est inférieure à 30 cents dans 1 des 4 résultats possibles, la probabilité est de $\frac{1}{4}$.

Prolongement

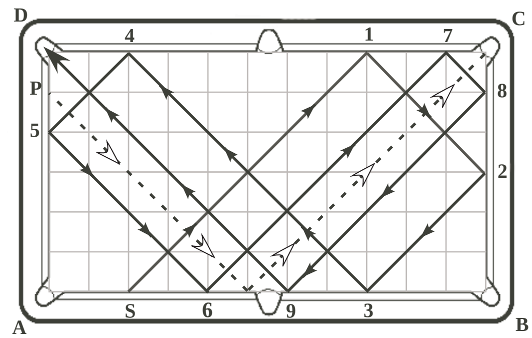
(i) Puisqu'il y a 5 résultats possibles (n'importe quelle des 5 pièces), la probabilité de choisir une pièce de 10 ¢ est égale à $\frac{1}{5}$. Il y a maintenant 4 résultats sur 5 où la valeur totale des pièces restantes est supérieure à 30 cents. Donc, la probabilité pour que les pièces restantes aient une valeur supérieure à 30 cents est égale à $\frac{4}{5}$. Puisque la valeur totale est inférieure à 30 cents dans 1 des 5 résultats possibles, la probabilité pour que les pièces restantes aient une valeur inférieure à 30 cents est égale à $\frac{1}{5}$.

(ii) La valeur totale des pièces restantes est supérieure à 40 cents si Xiaomei choisit une pièce de 1 ¢, ce qui arrive dans 2 des 5 résultats. La probabilité est donc égale à $\frac{2}{5}$.

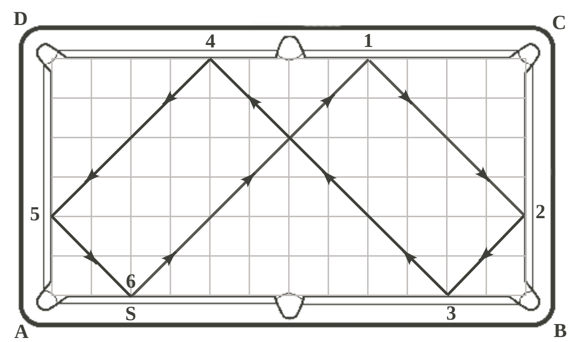
Problème 5

a) D'après la ligne sans tirets, dans la figure ci-contre, la boule atteindra la poche D après 9 rebonds.

b) En procédant à rebours, à partir de la poche C, on voit qu'il faudrait frapper la boule à la position P, une unité dessous la poche D, pour que la boule tombe dans la poche C après un rebond (ligne à tirets).



c) Sur une table de 6 unités sur 12 unités, la boule ne tombe jamais dans une poche si elle est frappée au point S, comme dans la parie a). Le sixième rebond est au point S et la boule parcourt de nouveau le même trajet.

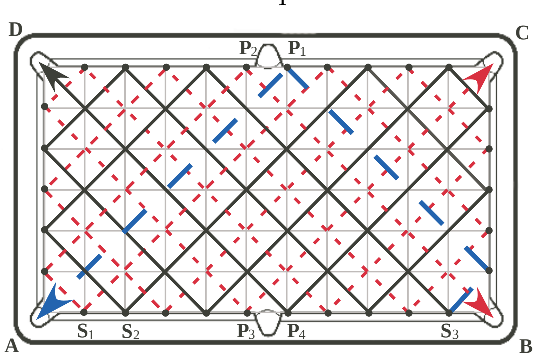


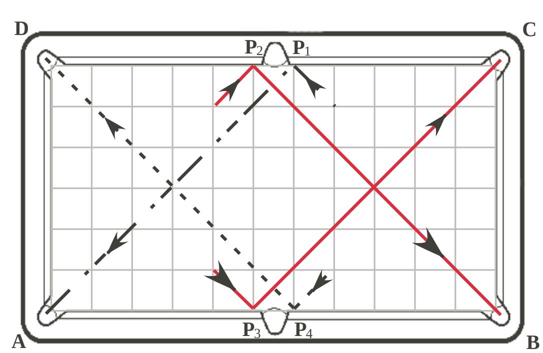
Prolongement

1. La 1re figure ci-dessous indique tous les trajets possibles, dans une ou l'autre direction, lorsque la boule est frappée à un des points S_1, S_2, S_3 . Comme l'indique l'INDICE, ces trajets incluent les trajets possibles de la boule si elle était frappée à n'importe quel autre point de l'ensemble donné. En d'autres mots, si on frappait la boule à un de ces points, son trajet aboutirait éventuellement à un des autres points et à partir de cet endroit, les deux trajets coïncideraient.

   La 2e figure indique qu'une boule qui tombe dans la poche A a rebondi, la dernière fois, de gauche à droite au point P_1 ; si elle tombe dans une des poches B, C ou D, elle a rebondi, la dernière fois, au point respectif P_2 (de g. à dr.), P_3 (de g. à dr.) ou P_4 (de dr. à g.).

   Si on examine les trajets dans la 1re figure, on voit qu'une boule qui est frappée aux points S_1 ou S_3 aboutit éventuellement aux points P_2 ou P_3 , tandis qu'une boule qui est frappée au point S_2 aboutit éventuellement aux points P_1 ou P_4 . Puisque cela tient compte de tous les points, on conclut qu'il n'y a AUCUN point d'où on peut frapper la boule à un angle de 45° SANS qu'elle ne tombe dans une poche.





Problème 6

Les solutions dépendent des données recueillies. L'enseignante ou l'enseignant qui craint les dégats peut faire les parties a) et b) avec la classe et un seul robinet, puis laisser les élèves compléter le reste du problème.