Emmy Noether - 1er cercle de 2009-2010

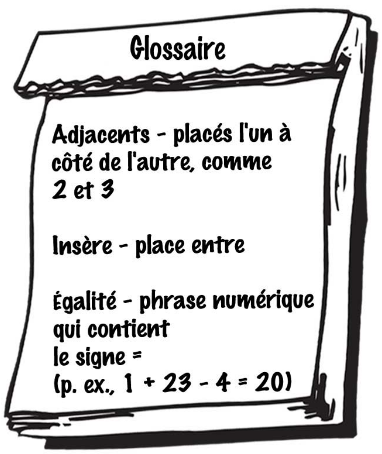
Partie I : Problèmes

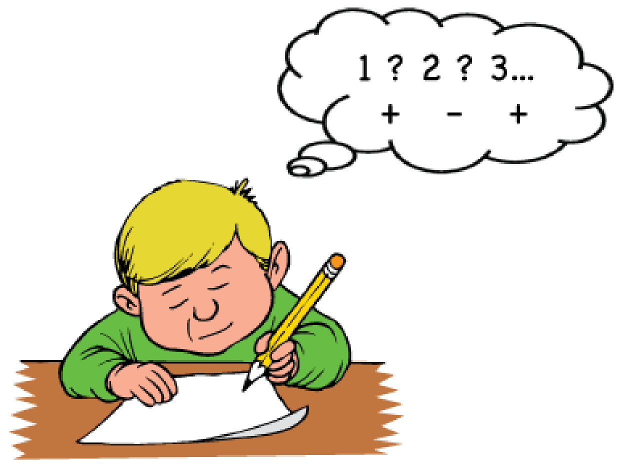
Problème 1

a) Thomas a un problème. Il sait que les nombres ci-dessous peuvent former une égalité s'il insère des signes d'addition et de soustraction et s'il colle deux nombres adjacents pour former un nombre de deux chiffres. Insère des signes d'addition et de soustraction et choisis les deux nombres adjacents qui formeront le nombre de deux chiffres, de manière à aider Thomas.

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad = \quad 100$$

b) Recommence, les chiffres étant placés en ordre inverse : $9 \quad 8 \quad 7 \quad 6 \quad 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad = \quad 100$





Prolongement

1. Résous le problème de la partie a), mais en utilisant n'importe quelles des opérations suivantes : addition, soustraction, multiplication, division, puissances et racines carrées. Tu peux aussi juxtaposer deux ou trois chiffres adjacents pour former de nouveaux nombres.

Problème 2

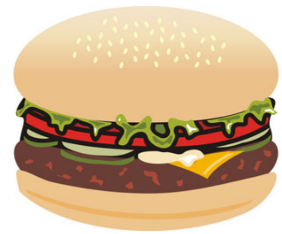
Pendant le pique-nique d'école, les enseignants servent des hamburgers aux élèves. Chaque élève reçoit un hamburger et peut choisir trois garnitures parmi les cinq garnitures disponibles : lettue, fromage, tomates, cornichons et oignons.

a) Ali sait qu'il veut du fromage. Combien de combinaisons possibles y a-t-il pour ses deux autres choix de garnitures ?

b) Tanya sait qu'elle veut des tomates. A-t-elle plus, moins ou autant de choix qu'Ali pour ses deux autres garnitures ? Explique.

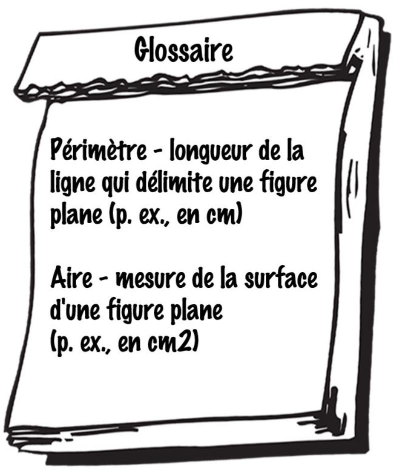
c) Xiao sait qu'il veut du fromage ou des tomates, mais pas les deux. Combien de combinaisons possibles y a-t-il pour ses garnitures ?

d) Si une élève n'a aucune préférence et si elle utilise trois garnitures, combien de combinaisons possibles y a-t-il pour ses garnitures ?



Problème 3

On mesure le périmètre d'un carré en unités de longueur (p. ex., mm, cm, m, km) et on mesure son aire en unités carrées (p. ex., mm^2, cm^2, m^2, km^2).



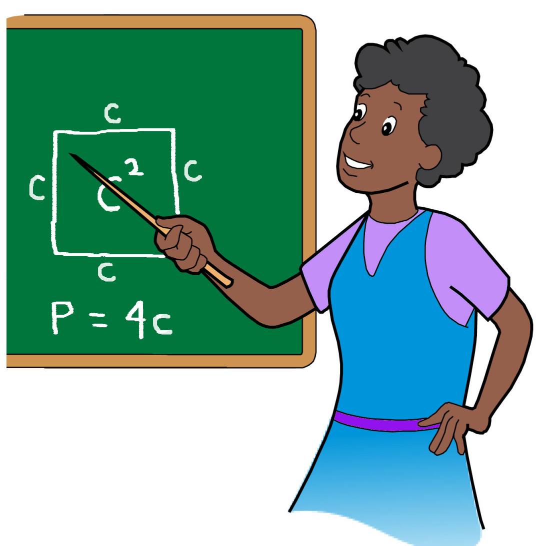
a) Sur le quadrillé à la page suivante, trace trois carrés. Dans chaque cas, la longueur d'un côté doit être un nombre entier.

i) Dans le cas du 1^{er} carré, le nombre d'unités du périmètre est plus grand que le nombre d'unités carrées de l'aire.

ii) Dans le cas du 2^{e} carré, le nombre d'unités du périmètre est plus petit que le nombre d'unités carrées de l'aire.

iii) Dans le cas du 3^{e} carré, le nombre d'unités du périmètre est égal au nombre d'unités carrées de l'aire.

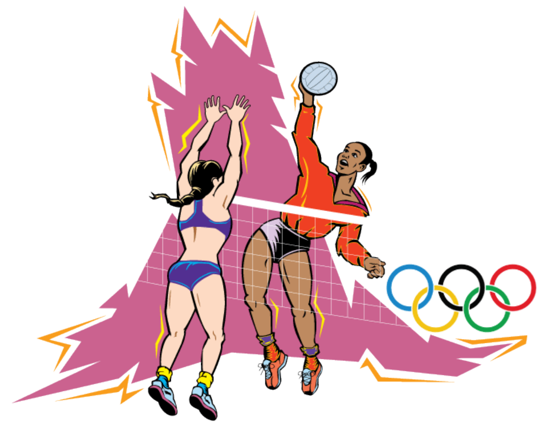
b) Combien de carrés différents aurais-tu pu tracer pour répondre à la partie a)(i) ?



Problème 4

RÈGLEMENTS DU BEACH VOLLEY OLYMPIQUE

1. Une manche doit être gagnée par une marge de 2 points.
2. Un match est composé de 3 manches. Pour gagner un match, une équipe doit gagner 2 manches sur 3.
3. Pour gagner l'une ou l'autre des deux premières manches, il faut marquer au moins 21 points.
4. Pour gagner la troisième manche, il faut marquer au moins 15 points.



Remarque : Si la marque d'une manche est serrée (p. ex., 21 à 20) l'équipe gagnante doit compter plus de 21 points (p. ex., la marque finale peut être 22 à 20, ou 23 à 21, ou 30 à 28). De même, pour gagner la troisième manche, il peut être nécessaire de compter plus de 15 points.

Dans ce problème, on peut supposer que toutes les manches ont été gagnées avec un total de 15 ou 21 points.

a) Quelle serait la différence des marques totales des deux équipes dans le cas du match le plus serré possible ?

b) En supposant qu'un match se poursuit dans une troisième manche, quel est le nombre maximal de points qu'une équipe pourrait marquer tout en perdant le match ?

c) Si une équipe marque 7 points pour chaque 2 points marqués par l'autre équipe, combien de points chaque équipe marquera-t-elle dans le match ?

d) Quel est le nombre minimal de points qu'une équipe doit marquer pour gagner un match ?

	Équipe A	Équipe B
Manche 1		
Manche 2		
Manche 3		

Problème 5 : As-tu de la monnaie ?

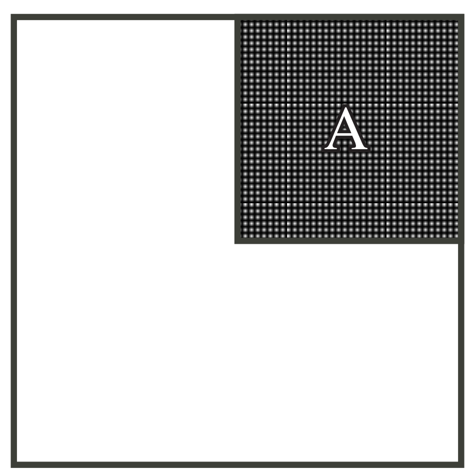
Une pièce de 1 ¢, une pièce de 5 ¢, une pièce de 10 ¢ et une pièce de 25 ¢ sont alignées devant toi. Tu dois inverser l'ordre des pièces en suivant SEULEMENT les règlements qui suivent :

- Une pièce peut être placée par dessus une pièce adjacente (à droite ou à gauche) qui a une plus grande valeur (p. ex., une pièce de 5 ¢ peut être placée par dessus une pièce adjacente de 10 ¢ ou de 25 ¢, mais pas par dessus une pièce de 1 ¢).
- Une pièce peut être placée dans une position adjacente qui est vide.
- On ne doit déplacer qu'une pièce à la fois (c.-à-d. qu'il est interdit de déplacer une pile).

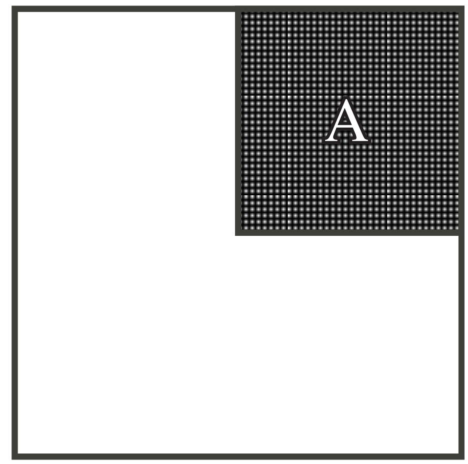
Remarque : Il est possible de déplacer une pièce de deux positions s'il y a deux positions vides adjacentes, car il s'agit de deux déplacements consécutifs permis ; de même, la pièce de 1 ¢, en position initiale, peut être placée sur la pièce de 25 ¢, car il s'agit de trois déplacements consécutifs permis.

Problème 6 : L'héritage (Pour deux élèves ou plus)

a) Lors de son décès, un propriétaire terrien a laissé un grand terrain de forme carrée à sa femme et ses six enfants. Sa femme a reçu un quart du terrain (la section A) et ses six enfants ont dû diviser le reste du terrain de façon équitable. Trace un dessin qui indique comment les enfants se sont partagé le terrain. Les six sections doivent avoir la même forme et la même grandeur.



b) Supposons qu'il n'y avait que quatre enfants. Trace un autre dessin qui indique comment les enfants se sont partagé le terrain. Les quatre sections doivent avoir la même forme et la même grandeur.



c) Supposons qu'aucun des terrains de la partie b) n'est clôturé. Supposons aussi que chaque côté de la Section A a une longueur de 500 m. Combien faudrait-il de clôture, en tout, pour entourer chacun des terrains que tu as tracés dans la partie b) ?