Partie 2 : À l'intention de l'enseignante ou de l'enseignant

Domaines

Problème 1 - Numération et sens du nombre
Problème 2 - Traitement de données
Problème 3 - Mesure
Problème 4 - Numération et sens du nombre
Problème 5 - Logique et Modélisation
Problème 6 - Géométrie et sens de l'espace

Indices et suggestions

Problème 1a)

1er indice - Comment le problème change-t-il une fois qu'on a combiné deux chiffres ? Par exemple, si on combine le 6 et le 7 pour former 67, qu'est-ce qui reste à faire ?

2e indice - Quelles combinaisons de deux chiffres n'aideraient pas ? Pourquoi ?

Problème 1b)

1er indice - Quelles combinaisons de deux chiffres n'aideraient pas ? Pourquoi ?

Problème 2a)

1er indice - Ali a choisi du fromage comme première garniture. S'il choisit la laitue comme deuxième garniture, quels sont ses choix possibles comme troisième garniture ? Combien y a-t-il de combinaisons possibles s'il choisit la laitue comme deuxième garniture ?

2e indice - Pour chacun de ses choix pour la deuxième garniture, quels sont ses choix pour la troisième garniture ? Les choix possibles de trois garnitures sont-ils différents ?

Problème 2b)

1er indice - Comment cette question est-elle différente de celle de la partie a) ? Comment est-elle semblable ?

Suggestions

1. Si le problème semble trop difficile, diminuer le nombre de garnitures. Par exemple, du fromage, des oignons et des tomates seulement.
2. Vous pouvez peut-être suggérer l'utilisation d'un arbre pour les parties a) et b). Il faudra probablement guider les élèves pour qu'ils éliminent les répétitions. En effet, l'ordre des garnitures n'est pas important. Par exemple, le choix fromage-laitue-tomate est le même que le choix laitue-fromage-tomate.

Problème 3

Suggestion : On peut suggérer aux élèves d'utiliser un tableau pour inscrire l'aire et le périmètre des carrés dont les côtés mesurent 1, 2, 3, ...

Problème 4

1er indice - Combien de manches faudrait-il jouer dans le match le plus serré ?

2e indice - Quelle serait la marque finale de la première partie du match le plus serré ? Quelle serait celle de la deuxième partie ?

3e indice - Combien de manches y aurait-il si une équipe marque 7 points pour chaque 2 points marqués par l'autre équipe ?

4e indice - Si l'équipe gagnante marque le nombre minimal de points, gagnerait-elle les trois manches ?

Suggestion : Il peut être utile pour les élèves d'utiliser un tableau comme le suivant.

	Équipe A	Équipe B
1re manche		
2e manche		
3e manche		

Problème 5

1er indice - Quelle pièce de monnaie est-il plus facile de faire bouger ?

2e indice - Quelle pièce de monnaie est-il plus difficile de faire bouger ?

Suggestion : Le tâtonnement est tout indiqué pour cette activité. On peut utiliser des substituts pour les pièces, par exemple en découpant les images des pièces.

Problème 6

1er indice - Les terrains doivent-ils être de forme rectangulaire ?

2e indice - Pour séparer deux terrains, a-t-on besoin de plus d'une clôture ?

Suggestion : On peut animer un échange pour savoir si on peut utiliser des terrains qui sont l'image d'autres terrains par réflexions ou par rotations.

Solutions

Problème 1

a) Les nombres de deux chiffres que l'on peut former en collant deux nombres adjacents sont 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78 et 89. Or, les cinq premiers sont trop petits (p. ex., si on choisit 56, la plus grande valeur que l'on peut obtenir est 90, car $1+2+3+4+56+7+8+9=90$). Donc, les deux seuls nombres possibles que l'on peut choisir sont 78 et 89. Voici deux solutions qui contiennent 78 :

$$1+2+3-4+5+6+78+9=100 \text{ ou } -1+2-3+4+5+6+78+9=100$$

(Il peut y en avoir d'autres.)

Si on choisit 89, il faut ajouter une valeur de 11 en soustrayant ou en additionnant 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7. Or, il y a 4 nombres impairs et 3 nombres pairs. Si on additionne ou soustrait deux nombres impairs, on obtient toujours un nombre pair. Il est donc impossible d'obtenir la valeur impaire de 11. Il est donc impossible de choisir le nombre 89 comme nombre de deux chiffres.

b) Avec l'ordre inversé, la même condition s'impose que dans la partie a). Les nombres de deux chiffres 54 et 32 sont trop petits. Pour le nombre 76, on a $76+1+2+3-4+5+8+9=100$ et pour le nombre 98, on a $98+7-6+5-4+3-2-1=100$.

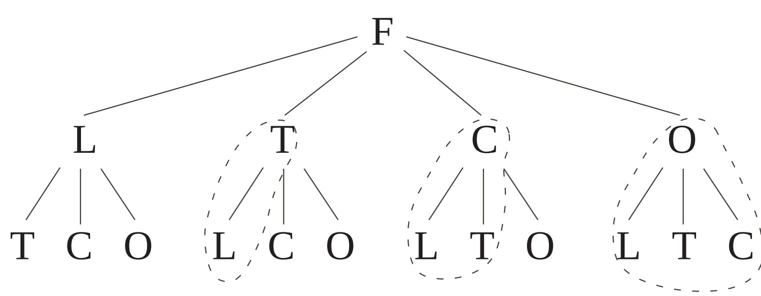
Prolongement **:** Voici plusieurs solutions.

$$1\times 2\times 3-4+5+6+78+9=100$$
$$1\times 2-3+4-5+6+7+89=100$$
$$123-4+5-6-7-8-\sqrt{9}=100$$
$$1+2^3-4+5-6+7+89=100$$
$$1\div 2\times 34+(5\times 6)+(7\times 8)-\sqrt{9}=100$$

Problème 2

a) Puisqu'il a choisi du fromage, Ali peut choisir de la laitue, des tomates, des cornichons ou des oignons comme deuxième garniture. Il a donc 4 choix. Dans chaque cas, il a 3 choix pour sa troisième garniture. En tout, il a 4×3 choix, ou 12 choix pour ses autres garnitures. On peut tracer un diagramme en arbre, où L représente la laitue, T représente les tomates, C représente les cornichons et O représente les oignons :

Diagramme en arbre



Or, certains choix sont des répétitions des choix précédents. Par exemple, on considère les trois premiers choix, soit FLT, FLC ET FLO. Le quatrième choix, FTL, est identique au premier, car l'ordre des garnitures n'est pas important. On élimine donc de l'arbre les choix entourés d'une ligne à tirets. Il reste donc un total de 6 combinaisons.

b) Si Tanya choisit des tomates, elle a 4 choix pour sa deuxième garniture et pour chacun de ces choix, elle a 3 choix pour sa troisième garniture. Il faudrait ensuite éliminer les choix répétitifs. Elle a donc le même nombre de combinaisons qu'Ali, soit 6.

c) Puisque Xiao veut du fromage ou des tomates, il a 2 choix pour sa première garniture. Les combinaisons possibles qui contiennent du fromage ou des tomates, mais pas les deux, sont FCL, FLO, FCO, TLC, TLO et TCO. Il y en a 6.

d) Peu importe la première garniture choisie, il y aura toujours 6 choix pour les deux autres, comme dans la partie a). Puisqu'il y a 5 choix pour le premier condiment, le nombre total de choix est égal à 5×6, ou 30.

Remarque : On pourrait représenter les 30 choix de la partie c) en utilisant 5 arbres différents, soit un pour chaque choix possible de la première garniture.

Problème 3

a) On considère les carrés ayant des côtés de longueur 1, 2, 3, 4, 5, 6 et on indique leur périmètre et leur aire dans un tableau.

Longueur des côtés	Périmètre	Aire
1	4	1
2	8	4
3	12	9
4	16	16
5	20	25
6	24	36
7	28	49
8	32	64

(i) Pour les carrés dont les côtés ont une longueur de 1, 2 ou 3, le nombre d'unités du périmètre est plus grand que le nombre d'unités de l'aire.

(ii) Pour n'importe quel carré ayant des côtés de longueur 5 ou plus, le nombre d'unités du périmètre est plus petit que le nombre d'unités carrés de l'aire. Par exemple si un carré a des côtés de longueur 6, il a un périmètre de 24 unités et une aire de 36 unités carrées. Il y a donc une infinité de tels carrés.

(iii) Le carré qui a des côtés de longueur 4 a un périmètre de 16 unités et une aire de 16 unités carrées. Il s'agit du seul tel carré.

b) Les carrés décrits dans la partie a)(i) sont les seuls tels carrés. Il y en a trois.

Problème 4

a) On considère l'équipe A et l'équipe B. Le match le plus serré gagné par l'équipe A aurait l'allure suivante : l'équipe A gagnerait une des premières manches avec une marque de 21 à 19, l'équipe B gagnerait l'autre manche avec une marque de 21 à 19, puis l'équipe A gagnerait la troisième manche avec une marque de 15 à 13. Il y aurait une différence de 2 points entre les marques totales des deux équipes.

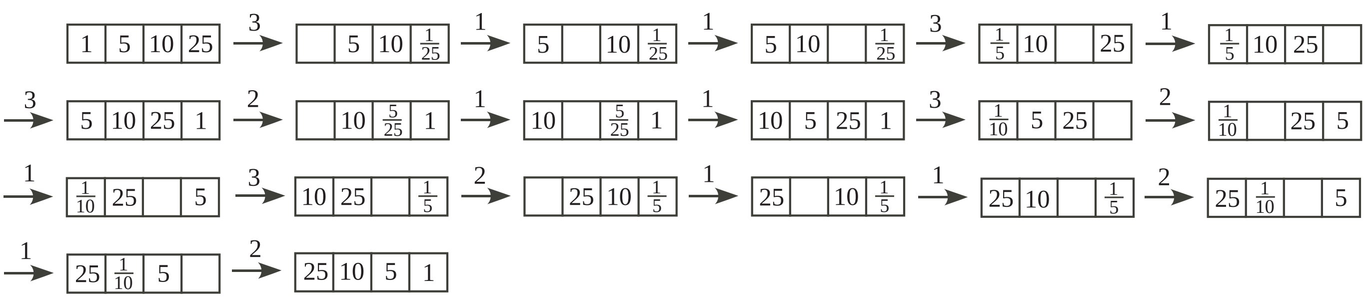
b) D'après la partie a), l'équipe perdante, soit l'équipe B, pourrait obtenir un maximum de 19 points + 21 points +13 points, c'est-à-dire 53 points.

c) Dans un tel match, l'équipe gagnante remporterait les deux premières manches. Elle marquerait alors 21 points + 21 points, c'est-à-dire 42 points. Si les perdants marquent 2 points pour chaque 7 points marqués par l'équipe gagnante, ils marquent 6 points par manche pour un total de 12 points.

d) Pour gagner le match en marquant un nombre minimal de points, il faudrait qu'une équipe marque 21 points dans la première manche, aucun point dans la deuxième manche et 15 points dans la troisième manche, pour un total de 36 points.

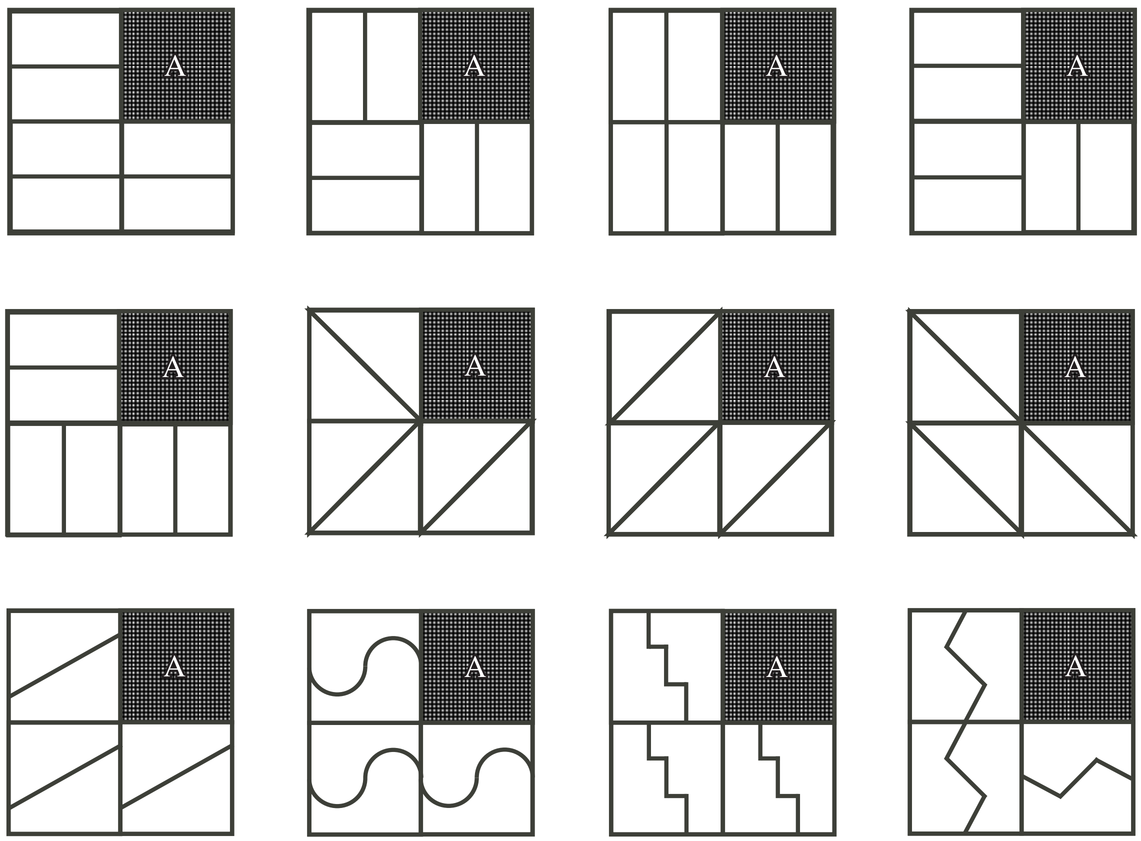
Problème 5

Voici les étapes d'une solution possible, représentée par la séquence de figures ci-dessous. Les piles de deux pièces de monnaie sont représentées par des fractions. D'une figure à la suivante, on présente les mouvements d'une seule pièce de monnaie ; le nombre de mouvements de la pièce est indiqué au-dessus de la flèche. Il existe peut-être des solutions plus efficaces.

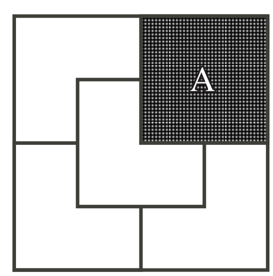


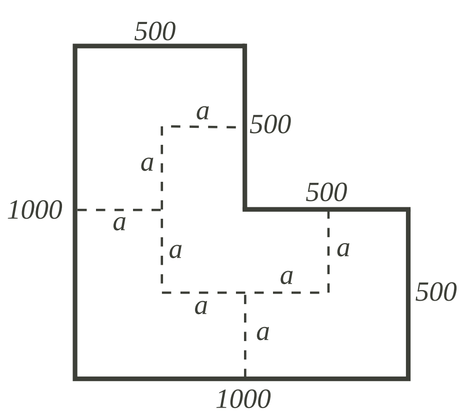
Problème 6

a) Il y a une infinité de solutions. En voici un échantillon. Il peut être intéressant d'inviter les élèves à afficher leur solution et demander à la classe de la juger quant à la forme et à la grandeur identiques.



b) Voici une solution. Il peut être intéressant d'animer un échange quant à la possibilité d'autres solutions.





c) Puisque chaque côté de la section A a une longueur de 500 m, alors la partie extérieure de l'ensemble des quatre terrains a un périmètre de 1000 m + 1000 m + 500 m + 500 m + 500 m + 500 m, c'est-à-dire 4000 m. Chaque partie de clôture à l'intérieur a une longueur de 250 m (représentée par a dans la figure). Il y a 8 telles parties. Elles ont donc une longueur totale de 8×250 m, ou 2000 m. En tout, il faut 4000 m + 2000 m, c'est-à-dire 6000 m de clôture.