Partie 2 — À l'intention de l'enseignante ou de l'enseignant

Domaines

Problème 1 - Mesure et Numération et sens du nombre
Problème 2 - Numération et sens du nombre et Modélisation et algèbre
Problème 3 - Probabilité et Numération et sens du nombre
Problème 4 - Traitement des données, Modélisation et algèbre et Numération et sens du nombre
Problème 5 - Géométrie et sens de l'espace
Problème 6 - Résolution de problèmes et Géométrie et sens de l'espace

Indices et suggestions

Problème 1 a)

1er indice - Une course de 1000 m est équivalente à combien de courses de 100 m ?

Problème 1 b)

1er indice - Un marathon est équivalent à combien de courses de 100 m ?

2e indice - Combien y a-t-il de secondes dans une minute ? Dans une heure ?

Problème 1 c)

1er indice - Combien de minutes un guépard met-il pour courir 1 kilomètre ?

Problème 2

Suggestion : Avant que les élèves ne commencent à résoudre, animer un échange pour savoir si les nombres qui ont un chiffre des centaines égal à 0 (p. ex., 077) sont permis. Dans les solutions qui suivent, ces nombres ne sont PAS permis.

Problème 2 a)

1er indice - Quelles paires de chiffres ont une somme de 3 ?

Problème 2 b)

1er indice - Quelles paires de chiffres ont une somme de 5 ?

Problème 2 c)

1erindice - Quel sera le chiffre des centaines du plus petit nombre de Laura ? Du plus grand ?

Problème 2 d)

1er indice - Combien y a-t-il de nombres de Laura dont le chiffre des centaines est égal à 1 ? Combien y en a-t-il dont le chiffre des centaines est égal à 2 ? Combien y en a-t-il dont le chiffre des centaines est égal à 3 ? Vois-tu une régularité ?

Suggestion : Pour offrir aux élèves un plus grand défi, présenter ce qui suit au lieu de définir les nombres de Laura :

> Les nombres suivants sont des nombres de Laura : 202, 312 440, 523, 514, 752.
> Les nombres suivants NE sont PAS des nombres de Laura : 222, 311, 443, 521, 732, 908.
> Écris une définition des nombres de Laura.

Demander aux élèves de résoudre les parties a), b), c) et d) données.

Prolongement

Suggestion : Poser les mêmes questions que pour les nombres de Laura. Obtient-on les mêmes réponses pour les nombres de Denis ?

Problème 3 a)

1er indice - Si on additionne un nombre pair et un nombre impair, la somme est-elle paire ou impaire ?

2e indice - Combien de sommes sont possibles lorsqu'on jette deux dés ?

Problème 3 b)

1er indice - Si on multiplie un nombre du premier dé et un nombre du deuxième, quelle sorte de nombre obtient-on comme produit ?

2e indice - Combien de produits sont possibles lorsqu'on jette deux dés ?

Suggestion : Dans les parties a)(ii) et b)(ii), il peut être utile d'utiliser un arbre pour obtenir tous les résultats possibles.

Problème 4 b)

1er indice - Si les amis ont une moyenne de 30 figurines par personne, combien de figurines ont-ils en tout ?

Problème 4 c)

1er indice - Si les amis ont une moyenne de 32 figurines par personne, combien de figurines doivent-ils avoir en tout ?

Prolongement

1erindice - Si les amis ont une moyenne de 27 figurines par personne, combien de figurines ont-ils en tout ?

2e indice - Combien de figurines Jacob et Jacqueline ont-ils en tout ?

Problème 5

Suggestions : Discuter de la partie a) en groupe-classe, puis laisser les élèves résoudre la partie b). Si les élèves éprouvent des difficultés dans la partie c) ou dans le prolongement, les inviter à découper les développements et à essayer diverses possibilités en utilisant un crayon et une gomme à effacer. On peut aussi utiliser des dés dés vierges et des marqueurs effaçables.

Prolongement

Suggérer aux élèves de placer les lettres **M, A, T, H** sans découper le prolongement. Ensuite, ils peuvent le découper pour vérifier que le mot **MATH** paraît sur les faces verticales si on place le dé dans une position appropriée.

Problème 6

1er indice - Combien de fois les aiguilles forment-elles un angle de 90° entre minuit et 1 h 00 ? Entre 5 h 00 et 6 h 00 ?

2e indice - Combien de fois les aiguilles forment-elles un angle de 90° entre 2 h 00 et 4 h 00 ?

Suggestions

1. Demander aux élèves de créer une montre en suivant les directives sur leur feuille. Ils auront besoin d'un carton ou d'un liège pour manipuler les aiguilles facilement.
2. Si les élèves ont accès à Internet, l'adresse suivante leur donne accès à la National Library of Virtual Manipulatives, qui leur offre un manipulatif virtuel d'une montre :
   http ://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_316_g_2_t_4.html ?from=category_g_2_t_4.html

Solutions

Problème 1

a) Puisque 1000 m = 10 × 100 m, si Usain Bolt pouvait maintenir sa vitesse pendant 1000 m, il lui faudrait 10 × 9,69 secondes, c'est-à-dire 96,9 secondes.

b) On a 42,2 km = 42 200 m = 422 × 100 m. Pour courir le marathon, il mettrait 422 × 9,69 s, ou 4089,18 s, ou 4089,18 ÷ 3600 heures, ou environ 1,136 heures, ce qui correspond à environ 1 heure et 8 minutes.

c) À une vitesse soutenue de 120 km/h, le guépard parcourrait 120 km en 1 heure, ou 60 minutes. Il parcourrait donc 2 km en 1 minute, ou 1 km en $\frac{1}{2}$ minute.
Il parcourrait donc 42,2 km en $42{,}2 \times \frac{1}{2}$ minutes, c'est-à-dire en 21,1 minutes.

Prolongement

Dans une course de 400 m, les coureurs doivent certainement courir un plus lentement que dans une course de 100 m. On s'attend donc que leur temps moyen, sur 100 m, soit plus grand que celui d'Usain Bolt.

Problème 2

a) Nombres de Laura dont le chiffre des centaines est un 3 : 303, 312, 321 et 330.

b) Nombres de Laura dont le chiffre des centaines est un 5 : 505, 514, 523, 532, 541 et 550.

c) Le plus petit nombre de Laura possible est 101 ; le plus grand est 990.

d) On utilise un tableau pour inscrire les nombres de Laura possibles selon le chiffre des centaines. On obtient ainsi une régularité.

Chiffre des centaines	Nombres de Laura possibles	Nombre de nombres de Laura
1	101, 110	2
2	202, 220, 211	3
3	303, 312, 321, 330	4
4	404, 413, 422, 431, 440	5
...	...	...
9	909, 918, 927, 936, 945, 954, 963, 972, 981, 990	10

En tout, le nombre de nombres de Laura est égal à $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$, ou 54.
On voit que pour chaque chiffre des centaines C, il y a C +1 nombres de Laura, car le chiffre des dizaines varie de 0 jusqu'à C ; le chiffre des unités prend des valeurs appropriées. Par exemple, lorsque C = 7, les 8 nombres de Laura sont 707, 716, 725, 734, 743, 752, 761, 770.

Prolongement

On peut aussi utiliser un tableau pour inscrire les nombres de Denis possibles, ce qui nous fait voir une régularité.

Chiffres des unités	Nombre de Denis possibles	Nombre de nombres de Denis
1	101	1
2	112, 202	2
3	123, 213, 303	3
4	134, 224, 314, 404	4
...	...	...
9	189, 279, 369, 459, 549, 639, 729, 819, 909	9

En tout, le nombre de nombres de Denis est égal à $1+2+3+4+5+6+7+8+9$, ou 45. Ce nombre n'est PAS égal au nombre de nombres de Laura.
On voit que pour chaque chiffre des unités U, il y a exactement U nombres de Denis, car le chiffre des centaines C varie de 1 jusqu'à U. Le chiffre des dizaines D prend alors les valeurs appropriées. Par exemple, si U = 7, les 7 nombres de Denis sont 167, 257, 347, 437, 527, 617, 707.

Problème 3

Voici les numéros possibles du 1er dé et du 2e dé :

1er dé	1	3	5	7	9	11
2e dé	2	4	6	8	10	12

a) Hamed jette les deux dés et il additionne les deux nombres :

(i) La somme des deux nombres sera toujours impaire, puisque la somme d'un nombre impair et d'un nombre pair est toujours impaire. Il y a 36 résultats possibles. En effet, pour chacune des 6 valeurs possibles du 1er dé, il y a 6 valeurs possibles du 2e dé. La probabilité est égale à $\frac{36}{36}$, ou 1 (c.-à-d. qu'il s'agit d'un évènement certain).

(ii) Le tableau suivant indique les sommes possibles :

2e dé \ 1er dé	1	3	5	7	9	11
2	3	5	7	9	11	13
4	5	7	9	11	13	15
6	7	9	11	13	15	17
8	9	11	13	15	17	19
10	11	13	15	17	19	21
12	13	15	17	19	21	23

Donc, le nombre de résultats favorables est égal à $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$, ou 21. Il y a 36 résultats possibles. Donc, la probabilité pour que la somme soit inférieure à 15 est égale à $\frac{21}{36}$, ou $\frac{7}{12}$.

Remarque pour l'enseignante ou l'enseignant : Les élèves peuvent aussi utiliser un arbre pour présenter les résultats possibles.

b) Hamed jette les deux dés et il multiplie les deux nombres :

(i) Puisque le produit d'un nombre pair et d'un nombre impair est toujors pair, le nombre de résultats favorables est égal à 0. La probabilité pour que le produit soit impair est égal à $\frac{0}{36}$, ou 0.

(ii) Il y a 2 façons d'obtenir un produit de 18, soit 3×6 et 9×2. Il y a donc 2 résultats favorables. La probabilité d'obtenir un produit de 18 est égale à $\frac{2}{36}$, ou $\frac{1}{18}$.

Prolongement

1. (Hamed) Un nombre impair ne peut pas être divisible par un nombre pair. Il suffit donc de considérer les nombres pairs qui sont divisibles par des nombres impairs.
   - 2, 4, 6, 8, 10 et 12 sont divisibles par 1 ($2 \div 1 = 2$, $4 \div 1 = 4$, ..., $12 \div 1 = 12$) ; 6 résultats favorables ;
   - 6 et 12 sont divisibles par 3 ($6 \div 3 = 2$ et $12 \div 3 = 4$) ; 2 résultats favorables ;
   - 10 est divisible par 5 ($10 \div 5 = 2$) ; 1 résultat favorable.

   En tout, il y a 9 résultats favorables. Donc, la probabilité pour que Hamed compte un point est égale à $\frac{9}{36}$, ou $\frac{1}{4}$.

   (Bianca) On considère le tableau des sommes possibles dans la solution de la partie a) (ii). On voit que les seules sommes dont la somme des chiffres est divisible par 4 sont 13 ($1 + 3 = 4$) et 17 ($1 + 7 = 8$). Or, 6 des résultats possibles ont une somme de 13 et 4 des résultats possibles ont une somme de 17, pour un total de 10 résultats favorables. Donc, la probabilité pour que Bianca compte un point est égale à $\frac{10}{36}$, ou $\frac{5}{18}$.

   Conclusion : Le jeu n'est pas juste, puisque Bianca a plus de chances de gagner que Hamed.

Problème 4

a) Le nombre total de figurines est égal à $23 + 36 + 15 + 34$, ou 108. Puisqu'il y a 4 amis, le nombre de figurines qu'ils ont, en moyenne, est égal à $108 \div 4$, ou 27.

b) Puisqu'ils ont une moyenne de 30 figurines chacun, ils ont un total de 4×30 figurines, ou 120 figurines. Donc, Jacqueline a 35 figurines, car $120 - 27 - 38 - 20 = 35$.

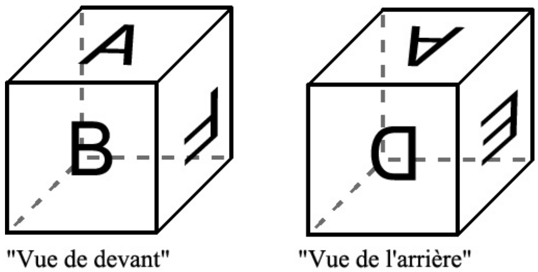
c) Pour avoir une moyenne de 32 figurines chacun, ils doivent avoir un total de 4×32 figurines, ou 128 figurines. Il y a deux réponses possibles : si on part de la partie a), ils doivent obtenir 20 figurines de plus, car $128 - 108 = 20$; si on part de la partie b), ils doivent obtenir 8 figurines de plus, car $128 - 120 = 8$.

Prolongement

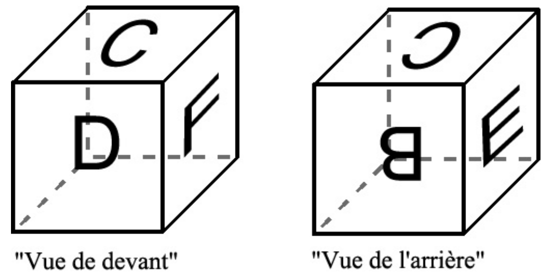
Tous les énoncés peuvent être vrais. Le nombre total de figurines est égal à 27×4, ou 108. Dans le cas de l'énoncé a), les amis pourraient avoir respectivement 50, 50, 2 et 6 figurines. Dans le cas des énoncés b) et c), ils pourraient avoir respectivement 40, 40, 19 et 9 figurines.

Problème 5

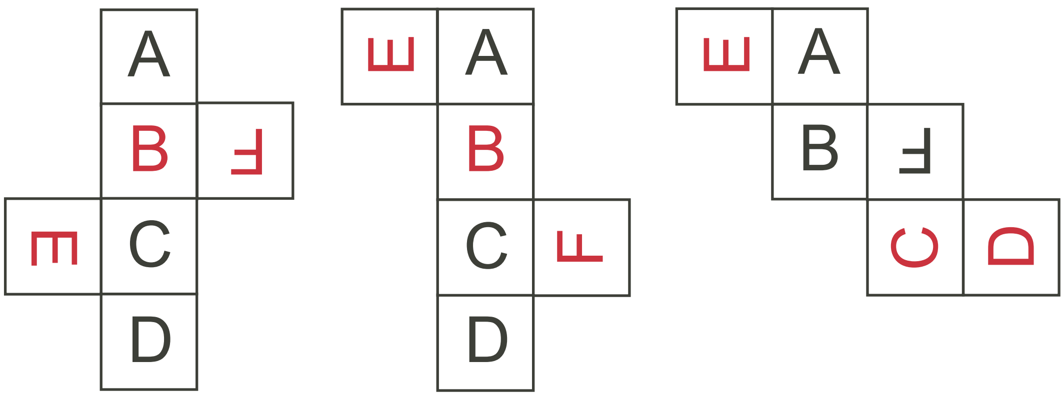
a) Vues avec la lettre A sur la face supérieure :



b) Vues avec la lettre C sur la face supérieure :

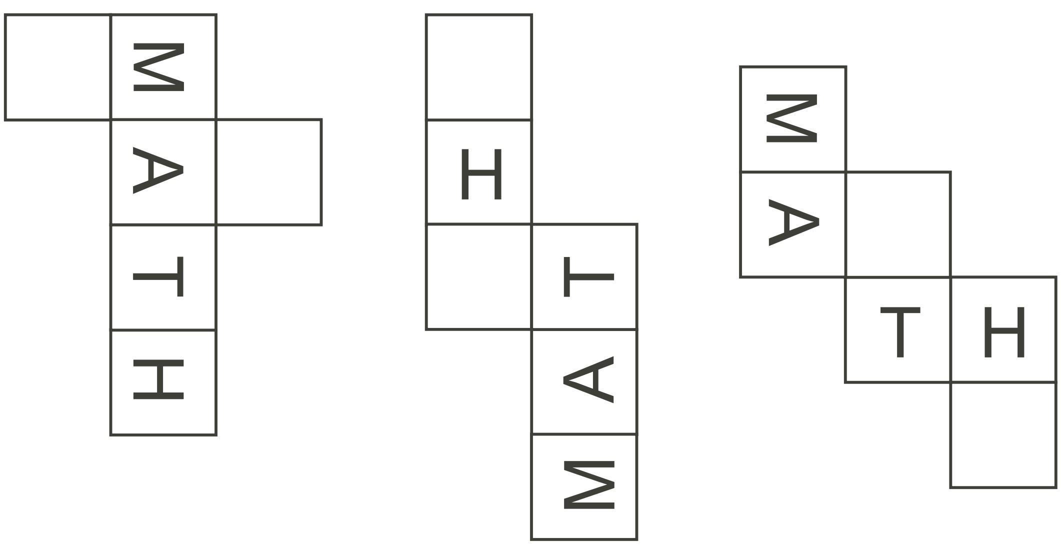


c) Voici les trois développements complétés :



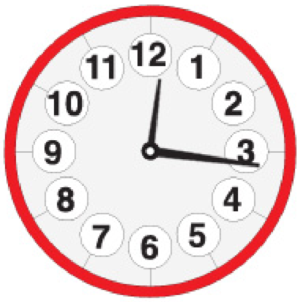
Prolongement

Les solutions peuvent varier. Voici trois solutions possibles :

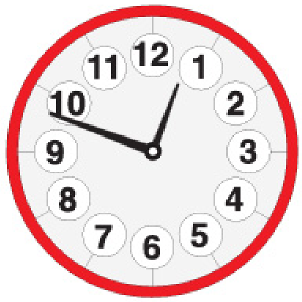


Problème 6

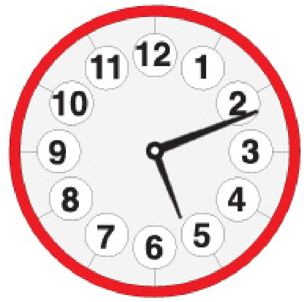
Pour déterminer si Sarah a raison, il faut déterminer combien de fois les aiguilles forment un angle droit (c.-à-d. un angle de 90°) et combien de fois elles forment un angle plat (c.-à-d. un angle de 180°).
De façon générale, les aiguilles forment un angle droit deux fois par heure. Les quatre figures suivantes indiquent les deux positions qui donnent un angle droit entre minuit et 1 h 00 et les deux positions qui donnent un angle droit entre 5 h 00 et 6 h 00.



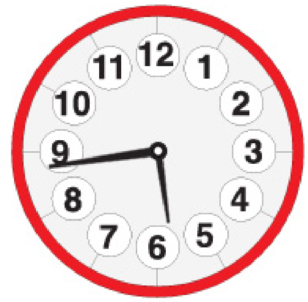
Entre 0 h 15 et 0 h 20



Entre 0 h 45 et 0 h 50

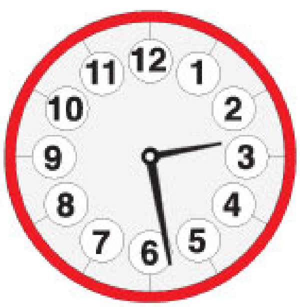


Entre 5 h 10 et 5 h 15

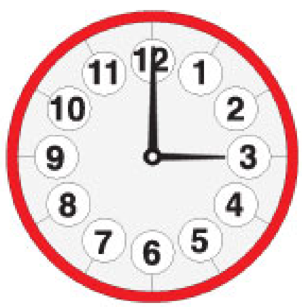


Entre 5 h 40 et 5 h 45

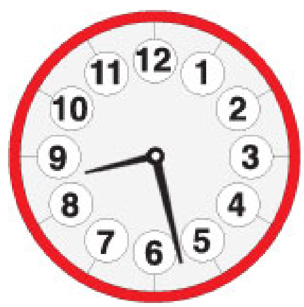
Cela se produit dans chaque intervalle d'une heure, de minuit à midi, à l'exception de l'intervalle entre 2 h 00 et 3 h 00 et de l'intervalle entre 8 h 00 et 9 h 00. Dans ces deux intervalles, le deuxième angle droit est formé SUR l'heure et cela coïncide avec le premier angle droit de l'intervalle suivant.



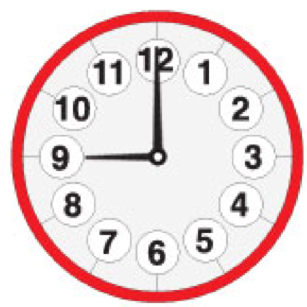
Entre 2 h 25 et 2 h 30



À 3 h



Entre 8 h 25 et 8 h 30



À 9 h

Donc, de minuit à midi, il y a 10 intervalles d'une heure dans lesquels les aiguilles forment deux fois un angle droit et 2 intervalles d'une heure dans lesquels elles forment une fois un angle droit. Elles forment donc un angle droit 22 fois, car $10 \times 2 + 2 = 22$.
De façon générale, les aiguilles forment un angle de 180° une fois par heure. Par exemple, entre minuit et 1 h 00, elles forment un angle de 180° à un certain moment entre 0 h 30 et 0 h 35 ; entre 2 h 00 et 3 h 00, elles forment un angle de 180° à un certain moment entre 2 h 40 et 2 h 45 ; entre 8 h 00 et 9 h 00, cela se produit à un certain moment entre 8 h 10 et 8 h 15, ainsi de suite. Il y a une exception : entre 5 h 00 et 7 h 00, cela se produit une seule fois dans l'intervalle de 2 heures, soit à 6 h 00. Donc, entre minuit et midi, les aiguilles forment 11 fois un angle de 180°.

On conclut que Sarah recevrait un total de 22 \$ (22 × 1 \$) si elle choisissait les angles droits et un total de 22 \$ (11 × 2 \$) si elle choisissait les angles plats. Les deux choix lui donneraient la même allocation.