Partie 2 : À l'intention de l'enseignante ou de l'enseignant

Domaines

Problème 1 - Numération et sens du nombre

Problème 2 - Mesure et Numération et sens du nombre

Problème 3 - Mesure et Résolution de problèmes

Problème 4 - Numération et sens du nombre

Problème 5 - Traitement de données et probabilité

Problème 6 - Géométrie et sens de l'espace

Indices et suggestions

Problème 1

1er indice - Si le chiffre des dizaines d'un nombre premier est pair, obtient-on un nombre premier lorsqu'on renverse l'ordre des chiffres ?

2e indice - Si le chiffre des dizaines d'un nombre premier est un 5, obtient-on un nombre premier lorsqu'on renverse l'ordre des chiffres ?

Suggestion : On peut suggérer aux élèves d'utiliser un tableau de 100. On peut aussi leur montrer comment utiliser le crible d'Ératosthène.

Problème 2

1er indice - a), b) Supposons qu'une ficelle de 50 cm entoure une boule et que ta chambre à coucher a une largeur de 300 cm. Combien faudrait-il placer de ficelles (c'est-à-dire de tours de boule) bout à bout pour traverser ta chambre ? Quel processus d'arithmétique utiliserais-tu pour répondre à cette question ?

2e indice - c), d) Combien y a-t-il d'heures dans une journée ? Combien y a-t-il de jours dans une année ?

Problème 3

1er indice - a), b), c) Fais une esquisse.

2e indice - d) Aurais-tu besoin de deux pizzas format géant ? Aurais-tu besoin de trois pizzas de grand format ?

3e indice - d) D'après l'énoncé du problème, te faut-il exactement 23 tranches ?

Problème 4

1er indice - c) Quel est le plus petit nombre possible de la forme 6__ __? Quel est le plus grand nombre possible de cette forme ?

2e indice - c) Pour chaque choix de deux chiffres qui suivent le 6, combien y a-t-il de choix pour la dernière lettre du matricule ?

Suggestion : Une fois que les élèves constatent qu'il y a 100 choix pour les deux chiffres (soit $600, 601, 602, ..., 699$), leur montrer que l'on peut penser au produit de 10×10, car pour chacun des 10 choix du premier chiffre, il y a 10 choix pour le deuxième chiffre. Leur demander ensuite quel produit donnerait le nombre total de matricules.

Prolongement

1er indice - 1. Quel est le plus petit nombre formé par les trois chiffres ? Quel est le plus grand ?

2e indice - 1. Combien de lettres y a-t-il ? Combien peut-on former de paires de deux lettres de la forme A__, le tiret pouvant être rempli par n'importe quelle lettre ? Combien de paires de la forme B__ ? Combien de paires de la forme __ __, les tirets pouvant être remplis par n'importe quelles lettres ? Combien peut-on former de triplets de trois lettres de la forme __ __ __, les tirets pouvant être remplis par n'importe quelles lettres ?

3e indice - 1. Étant donné un nombre de trois chiffres, combien de triplets de trois lettres peut-on choisir pour former un matricule ?

4e indice - 2. Combien de chiffres différents peut-on placer comme premier chiffre ? Quel choix donnerait le plus petit nombre de trois chiffres ? Quel choix donnerait le plus grand ?

5e indice - 3. Pour chaque matricule du Nouveau-Brunswick, combien y a-t-il de matricules de l'Ontario ?

Problème 5

Suggestions

1. Faire la première partie de la partie a) avec la classe, tout en indiquant que pour chaque groupe, il faut enlever une pomme de terre. Demander ensuite aux élèves d'aider à inscrire le poids de chaque pomme de terre dans le tableau. Toute la classe aura ainsi le même tableau. Leur demander ensuite de remplir le tableau en calculant le poids total et le poids moyen.
2. Avant de procéder aux parties b) et c), rappeler que : $\text{probabilité} = \dfrac{\text{nombre de résultats favorables}}{\text{nombre de résultats possibles}}$

Problème 6

Suggestions : Cette activité fonctionne mieux si les élèves travaillent en petits groupes avec une certaine direction de l'enseignante ou de l'enseignant. Voici quelques suggestions.

1. Pour la partie a), diviser la classe en 6 groupes et demander aux élèves d'un même groupe de mesurer les angles d'un même triangle. Cueillir les données des groupes et s'assurer que la somme des mesures soit égale à 180°. Si le sujet a déjà été vu en classe, on peut en faire une brève révision.
2. Dans la partie b), demander « Si on trace une diagonale d'un carré, quelles figures apparaissent ? ».
3. Dans la partie c), demander à la moitié des groupes d'utiliser une méthode et à l'autre moitié d'utiliser la deuxième. Ils peuvent ensuite partager leurs résultats avec la classe.
4. Dans la partie d)(i), donner une figure par groupe et regrouper les résultats de manière à remplir les 9 premières lignes du tableau. Animer une discussion sur la régularité, ainsi que sur leurs prédictions quant aux dernières lignes du tableau.

Solutions

Problème 1

Les nombres premiers de deux chiffres sont : 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97. Ceux qui ont un chiffre des dizaines pair, soit 23, 29, 41, 43, 47, 61, 67, et 83, donneront un nombre pair lorsqu'on renversera l'ordre des chiffres. On peut donc les éliminer. Ceux qui ont 5 comme chiffre des dizaines, soit 53 et 59, donneront un nombre divisible par 5 lorsqu'on renversera l'ordre des chiffres. Il reste 9 nombres premiers qui donnent un nombre premier lorsqu'on renverse l'ordre de leurs chiffres, soit 11, 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79 et 97.

Problème 2

a) La circonférence de la Terre est de 40 075 km, ou environ 40 mille kilomètres. La distance de la Terre à la Lune est de 384 403 km, ou environ 400 mille kilomètres. Puisque $400 \div 40 = 10$, il faudrait faire environ 10 fois le tour de l'équateur pour parcourir la même distance que celle de la Terre à la Lune. De façon plus précise, puisque $384\,403 \div 40075 \approx 9{,}6$, il faudrait faire 9,6 fois le tour de l'équateur.

b) La distance de la Terre au Soleil est de 149 600 000 km. Puisque $149\,600\,000 \div 40\,075 \approx 3733$, il faudrait faire environ 3733 fois le tour de l'équateur pour parcourir la même distance que celle de la Terre au Soleil.

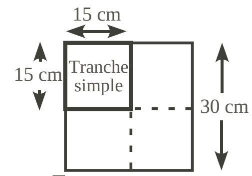
c) Un Boeing 747 se déplace à une vitesse moyenne de 893 km/h. La distance de la Terre à la Lune est de 384 403 km. Puisque $384\,403 \div 893 = 430{,}462486$, alors l'avion mettrait 430,462686 h pour parcourir cette distance. Puisqu'il y a 24 heures dans une journée et que $430{,}462686 \div 24 \approx 17{,}9$, il mettrait environ 18 jours pour faire le voyage.
Puisque $\frac{18}{365} \approx \frac{18}{360} = \frac{1}{20}$, l'avion mettrait $\frac{1}{20}$ d'une année pour faire le voyage.

d) Puisque $149\,600\,000 \div 893 \approx 167\,525$, le Boeing mettrait environ 167 525 h, soit environ 6980 jours, ou 19 ans pour voler de la Terre jusqu'au Soleil.

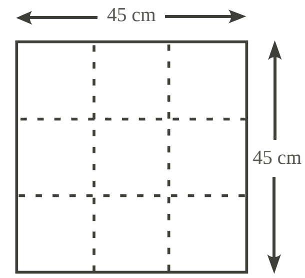
e) Puisque Apollo 13 a mis 4 jours, ou 96 heures, pour atteindre les environs de la Lune et que $384\,403 \div 96 \approx 4004$, sa vitesse moyenne était d'environ 4004 km/h.

Problème 3

a) Puisqu'une tranche de format moyen mesure 30 cm sur 30 cm, elle peut être découpée en 4 tranches individuelles. Elle peut donc nourrir 4 personnes.



Format moyen



Grand format

b) Une pizza de grand format mesure 45 cm sur 45 cm. On peut la découper en 3 rangées de 3 tranches individuelles pour un total de 9 tranches. Elle est donc 9 fois plus grande qu'une tranche individuelle.

c) La pizza de format géant mesure 60 cm sur 60 cm. On peut donc la découper en 4 rangées de 4 tranches individuelles. Elle peut donc nourrir 16 personnes.

d) Il y a beaucoup de façons de nourrir 23 personnes. En voici quelques-unes :

1. 23 tranches individuelles au coût de 2 $ la tranche, pour un coût total de 46 $;
2. 6 pizzas de format moyen au coût de 5 $ la pizza, pour un coût total de 30 $ (il y aura 24 tranches en tout, soit 1 tranche de trop) ;
3. 5 pizzas de format moyen (5 $ chacune) et 3 tranches individuelles (2 $ chacune) pour un coût total de 31 $;
4. 3 pizzas de grand format (10 $ chacune) pour un coût total de 30 $ (il y aura 27 tranches en tout, soit 4 tranches de trop) ;
5. 2 pizzas de grand format (10 $ chacune), 1 pizza de format moyen (5 $) et 1 tranche individuelle (2 $), pour un coût total de 27 $;
6. 1 pizza de format géant (15 $), 1 pizza de format moyen (5 $) et 3 tranches individuelles (2 $ chacune), pour un coût total de 26 $;
7. 1 pizza de format géant (15 $) et 2 pizzas de format moyen (5 $ chacune), pour un coût total de 25 $ (il y aura 1 tranche de trop) ;
8. 1 pizza de format géant (15 $) et 1 pizza de grand format (10 $), pour un coût total de 25 $ (il y aura 2 tranches de trop).

Les deux dernièrs choix coûtent le moins cher, bien que le dernier choix présente une meilleure valeur, puisqu'il reste 2 tranches qui peuvent être mangées par quelqu'un qui a encore faim. Il vaut la peine d'explorer avec les élèves pourquoi il est impossible de minimiser le coût davantage. Essentiellement, c'est parce que plus la pizza est grande, moins le coût d'une tranche est élevé. Une tranche individuelle coûte 2 $. Une tranche de pizza de format moyen coûte 1,25 $, car $5 \div 4 = 1{,}25$. Une tranche de pizza de grand format coûte environ 1,11 $, car $10 \div 9 \approx 1{,}11$. Une tranche de pizza de format géant coûte environ 0,94 $, car $15 \div 16 \approx 0{,}94$. Donc, pour minimiser les coûts, on doit utiliser les plus grandes pizzas.

Problème 4

a) Puisque le tiret peut être remplacé par 10 chiffres différents, il peut y avoir 10 voitures, dans le village de Lurette, qui ont un matricule de la forme 6__8 QWL.

b) Puisque le tiret peut être remplacé par 26 lettres différentes, il peut y avoir 26 voitures, dans le village de Becville, qui ont un matricule de la forme 648 __WL.

c) Les deux tirets après le 6 peuvent être remplacés par n'importe quelle des 100 paires de chiffres suivantes : 00, 01, 02, 03, ..., 97, 98, 99. Danc chacun de ces 100 choix, le dernier tiret peut être remplacé par n'importe quelle des 26 lettres A, B, ..., Z. Le nombre total de choix est donc égal à 100×26, ou 2600. Donc, 2600 voitures pourraient avoir un matricule de la forme 6_ _ QW_.

Prolongements

1. Les plaques des deux provinces ont un matricule de 3 chiffres et de 3 lettres. Si tous les chiffres de 0 à 9 sont admissibles, il y a 10 choix pour le premier chiffre. Pour chacun de ces 10 choix, il y a 10 choix pour le deuxième chiffre, pour un total de 100 choix. Pour chacun de ces 100 choix, il y a 10 choix pour le troisième chiffre, pour un total de 1000 choix. Il y a donc 1000 choix pour les 3 chiffres. Pour chacun de ces 1000 choix, il y a 26 choix pour la première lettre, pour un total de 26 000 choix. Pour chacun de ces 26 000 choix, il y a 26 choix pour la deuxième lettre, pour un total de 676 000 choix. Pour chacun de ces 676 000 choix, il y a 26 choix pour la troisième lettre, pour un total de 17 576 000 choix. Dans chaque province, il est donc possible de fabriquer 17 576 000 plaques différentes.
2. Si le premier chiffre ne pouvait pas être un 0, il y aurait 9 choix pour le premier chiffre. On continuerait de la même façon. Le nombre total de plaques différentes serait égal à $9 \times 10 \times 10 \times 26 \times 26 \times 26$, ou 15 818 400.
3. Pour chacune des plaques du Québec ou du Nouveau-Brunswick, la 4e lettre d'une plaque de l'Ontario pourrait être n'importe quelle des 26 lettres de A à Z. On peut donc fabriquer 26 fois plus de plaques en Ontario qu'au Québec ou au Nouveau-Brunswick.

Problème 5

a) Les cinq choix possibles de 4 pommes de terre sont inscrits dans le tableau suivant, de même que leur poids total et leur poids moyen. (Dans chacun des cinq choix, l'ordre des poids peut varier.)

b) Il y a 5 choix possibles. De plus, un seul choix a un poids moyen de 200 g. Donc, la probabilité de choisir un poids moyen de 200 g est de $\frac{1}{5}$.

c) Puisque 3 des 5 choix possibles ont un poids moyen de 200 g ou plus, il y a une probabilité de $\frac{3}{5}$ de choisir un poids moyen de 200 g ou plus.

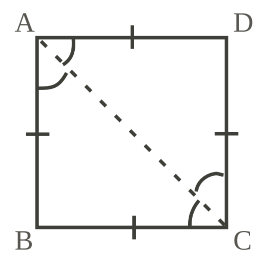
Choix	Poids des pommes de terre que Sarah pourrait choisir				Poids total	Poids moyen
	Pomme de terre 1	Pomme de terre 2	Pomme de terre 3	Pomme de terre 4		
1	190	195	200	205	790	197,5
2	195	200	205	210	810	208,5
3	200	205	210	190	805	201,25
4	205	210	190	195	800	200
5	210	190	195	200	795	198,75

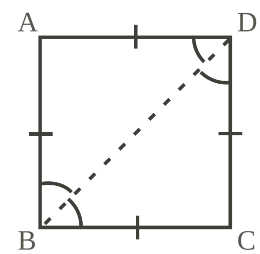
Problème 6

a) Dans chaque triangle, la somme des mesures d'angles sera égale à 180°, à moins d'erreurs de mesure.
Les réponses des élèves devraient correspondre à celles du tableau ci-contre.

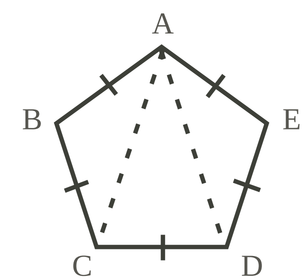
Triangle	Mesures des angles			Somme des mesures
	A	B	C	
1	60°	60°	60°	180°
2	83°	63°	34°	180°
3	42°	69°	69°	180°
4	64°	90°	26°	180°
5	65°	65°	50°	180°
6	45°	108°	27°	180°

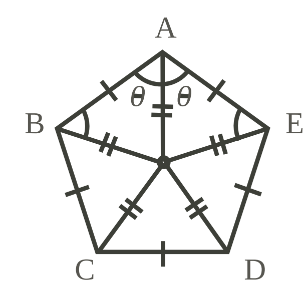
b) On trace une ou l'autre diagonale, ce qui divise le carré en deux triangles congruents. Comme dans la partie a), les mesures d'angles de chaque triangle ont une somme de 180°, pour un total de 360°. *Remarque* : Puisque les diagonales sont des axes de symétrie du carré, les diagonales coupent les coins en deux angles de 45°.





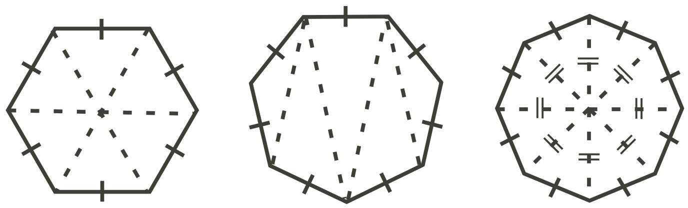
c) (i) Dans la première figure ci-contre, on a découpé le pentagone en trois triangles. Dans chaque triangle, la somme des mesures d'angles est égale à 180°. Donc dans le pentagone, on a $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ $= (\angle BAC + \angle B + \angle BCA) + (\angle ACD + \angle CDA + \angle CAD) + (\angle ADE + \angle E + \angle EAD) = 3 \times 180° = 540°$.
Dans la deuxième figure ci-contre, on a découpé le pentagone en cinq triangles. Dans chaque triangle, la somme des mesures d'angles est égale à 180°, pour un total de $5 \times 180°$, ou 900°. Or, les cinq angles au centre forment un angle plein, c'est-à-dire un angle de 360°. Donc, aux sommets du pentagone, les mesures d'angles ont une somme de $900° - 360°$, ou 540°.





(ii) Puisque les cinq angles d'un pentagone régulier sont congrus et que la somme des mesures d'angles est de 540°, chaque angle mesure $540° \div 5$, ou 108°.

d) (i) On peut découper chaque polygone régulier en triangles selon une des deux façons utilisées dans la partie c). Trois exemples sont donnés dans la figure ci-dessous.



(ii) Chaque fois que l'on augmente le nombre de côtés de 1, la somme des mesures d'angles augmente de 180°. Donc, pour des polygones réguliers de 10, de 11 et de 12 côtés, les mesures d'angles ont une somme respective de 1440°, de 1620° et de 1800°.

N^bre de côtés	Somme des mesures d'angles	Mesure d'un angle
3	180°	60°
4	360°	90°
5	540°	108°
6	720°	120°
7	900°	$128\frac{4}{7}^\circ$
8	1080°	135°
9	1260°	140°
10	1440°	144°
11	1620°	$147\frac{3}{11}^\circ$
12	1800°	150°

Prolongement

1. Dans chaque cas, on peut découper le polygone irrégulier en utilisant la première méthode. Puisque les angles ne seront pas nécessairement congrus, leurs mesures ne seront pas nécessairement égales. Seule la colonne représentant la somme des mesures d'angles ne changera pas.