Partie 2 : À l'intention de l'enseignante ou de l'enseignant

Domaines

Problème 1 - Traitement de données

Problème 2 - Numération et sens du nombre et Mesure

Problème 3 - Mesure et Résolution de problèmes

Problème 4 - Résolution de problèmes et Numération et sens du nombre

Problème 5 - Logique et Résolution de problèmes

Problème 6 - Géométrie et sens de l'espace

Indices et suggestions

Problème 1

1er indice - b) (i) Pendant combien de minutes Kevin Garnett a-t-il joué en tout ?

2e indice - b) (ii) Combien de rebonds a-t-il réussis ?

3e indice - b) (iii) Combien de points a-t-il comptés ?

Problème 2

1er indice - a) Si tu as choisi l'option 1, comment vas-tu déterminer l'allocation totale pour l'année ?

2e indice - b) Si tu as choisi l'option 2, quelle est ton allocation de mars ? De mai ?

3e indice - c) Sachant que l'allocation du mois de mai est de 12,80 $, comment compare-t-elle avec les allocations qui suivront le reste de l'année ?

Suggestion : Supposer qu'il y a exactement 52 semaines dans une année.

Prolongement

1er indice - Quelle serait l'allocation de février ? De janvier ?

Problème 3

1er indice - a) Quelle est une façon rapide de déterminer la distance parcourue par Charlot en 10 secondes ? Quelle distance Léo a-t-il parcourue en 10 secondes ?

2e indice - b) À chaque seconde, de combien Charlot se rapproche-t-il de Léo ?

3e indice - c) Combien de temps Léo mettra-t-il pour atteindre la forêt ?

4e indice - c) Combien de temps Charlot mettra-t-il pour atteindre la forêt ?

Problème 4

1er indice - a) Si tu additionnes deux nombres consécutifs, quelle sorte de nombre obtiens-tu ?

2e indice - b) Quels sont les diviseurs des deux sommes du deuxième tableau ?

3e indice - c) Qu'est-ce que ta réponse de la partie b) te suggère de vérifier au sujet du nombre 58 ?

4e indice - d) Est-ce 58 peut être la somme de quatre entiers consécutifs ou plus d'un chiffre ? Pourquoi ?

5e indice - d) Est-ce que 58 peut être la somme de trois entiers consécutifs ou plus dans la vingtaine ? Pourquoi ?

Problème 5

1er indice - La perle de 0,9 cm peut-elle être bleue ? Pourquoi ?

1er indice - La perle de 0,5 cm peut-elle être blanche ? Pourquoi ?

1er indice - La perle de 0,9 cm peut-elle être blanche ? Pourquoi ?

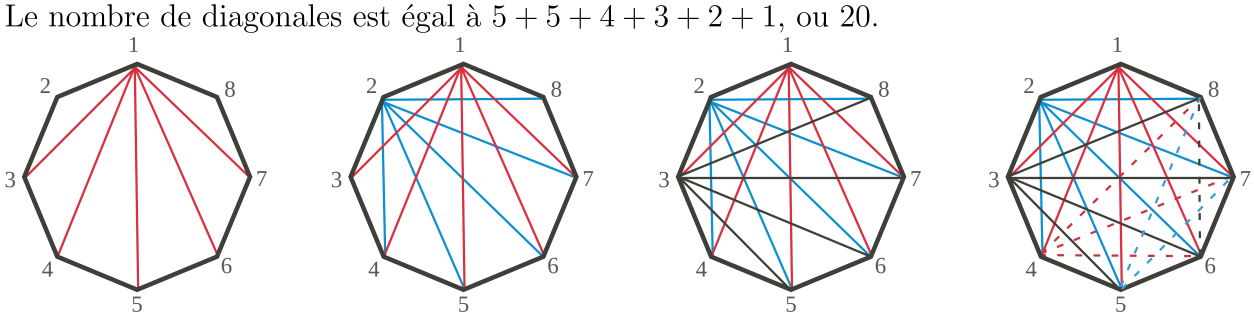
Suggestions

1. Suggérer aux élèves d'utiliser les indices pour remplir le tableau en écrivant un $\checkmark$ si c'est vrai ou un $\times$ si c'est faux. Au début, certaines cases du tableau ne pourront pas être remplies, mais à mesure que des cases se remplissent, cela ajoute des indices par rapport au contenu d'autres cases, jusqu'à ce que graduellement, toutes les cases soient remplies.
2. On peut faire faire le travail en petits groupes, ce qui peut générer de bonnes discussions. Il est très utile pour les élèves d'apprendre à expliquer leur raisonnement aux autres.

Problème 6

Suggestions : Il s'agit d'une activité de découverte guidée. On peut la présenter comme activité individuelle ou activité de groupe. Si les élèves travaillent en groupes, on peut présenter un polygone à chaque groupe. Voici d'autres suggestions :

1. Suggérer aux élèves d'utiliser une couleur particulière pour toutes les diagonales qui partent d'un même sommet et de changer de couleur pour les diagonales qui partent d'un deuxième sommet. Ceci aide à éviter qu'une même diagonale ne soit comptée plus d'une fois.
2. Lorsque les élèves ont terminé les parties a), b) et c), les faire travailler en groupe-classe pour remplir le tableau jusqu'à la ligne de 8 côtés dans la partie d).
3. Pour voir une régularité, il faut compter de façon structurée. Par exemple, tracer les diagonales d'un octogone par étapes, en utilisant un grand octogone au tableau ou un transparent.
   À partir du sommet 1, on peut tracer 5 diagonales (en rouge dans la figure suivante) en joignant le sommet 1 aux autres sommets non adjacents (les sommets 3, 4, 5, 6 et 7).
   À partir du sommet 2, on peut tracer 5 autres diagonales (en bleu) en joignant le sommet 2 aux autres sommets non adjacents (les sommets 4, 5, 6, 7 et 8).
   À partir du sommet 3, on peut seulement tracer 4 nouvelles diagonales (en noir).
   Demander aux élèves combien on peut tracer de nouvelles diagonales à partir du sommet 4 (3—lignes à tirets rouges), puis à partir du sommet 5 (2—lignes à tirets bleus), puis à partir du sommet 6 (1—ligne à tirets noirs).
   Le nombre de diagonales est égal à $5 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$, ou 20.



Diagonales à partir du sommet 1 (5) — Diagonales à partir des sommets 1 et 2 (5+5) — Diagonales distinctes à partir des sommets 1, 2 et 3 (5+5+4) — Diagonales distinctes à partir de tous les sommets (5+5+4+3+2+1)

4. Pour faire réfléchir les élèves au sujet du dodécagone, leur demander « Combien de diagonales peut-on tracer à partir du 1er sommet ? À partir du 2e sommet ? ». Ceci devrait les mettre sur la piste à suivre, en adaptant la méthode utilisée pour l'octogone.

Solutions

Problème 1

a) Voici le tableau rempli :

Ligue	ANB	LNF	LNH	LMB
Salaire moyen (millions de $)	4,9	1,3	1,8	2,5
Nombre de parties en saison régulière	82	16	82	162
Salaire moyen par partie en saison régulière	59 756 $	81 250 $	21 951 $	15 432 $

(Les moyennes ont été arrondies au dollar près.)

b) (i) Nombre de minutes de jeu en saison régulière : $71 \times 32{,}8 = 2328{,}8$
Salaire par minute : $24\,750\,000\,\$ \div 2328{,}8 \approx 10\,627{,}79\,\$$, soit environ $10\,628$ $.
Salaire par heure (puisqu'il y a 60 minutes dans une heure) : $10\,627{,}79\,\$ \times 60 \approx 637\,667{,}40\,\$$.

(ii) Nombre total de rebonds : $71 \times 9{,}2 = 653{,}2$, ou 653.
Somme gagnée par rebond : $24\,750\,000\,\$ \div 653 \approx 37\,901{,}91\,\$$, ou environ $37\,902\,\$$.

(iii) Nombre total de points comptés : $71 \times 18{,}8 = 1334{,}8$, ou 1335.
Somme gagnée par point compté : $24\,750\,000\,\$ \div 1335 = 18\,539{,}33\,\$$, ou environ $18\,539\,\$$.

Problème 2

b) D'après l'option 1, l'allocation annuelle serait égale à $52 \times 10\,\$$, ou $520\,\$$. Pour déterminer l'allocation annuelle selon l'option 2, il faut diviser chaque allocation mensuelle par 2 pour connaître l'allocation mensuelle suivante. À partir de janvier, on a :

$204{,}80\,\$ + 102{,}40\,\$ + 51{,}20\,\$ + 25{,}60\,\$ + 12{,}80\,\$ + 6{,}40\,\$ + 3{,}20\,\$ + 1{,}60\,\$ + 0{,}80\,\$ + 0{,}40\,\$ + 0{,}20\,\$ + 0{,}10\,\$ = 409{,}50\,\$$.

Donc, l'option 1 rapporte la plus grande allocation.

c) Si on calcule la somme des quatre premières allocations mensuelles, on obtient $384{,}00\,\$$. Il manque plus de $100\,\$$ pour atteindre la somme de l'option 1 et on voit que les allocations mensuelles qui restent ne peuvent pas donner cette somme. On voit donc que l'option 1 est la plus favorable.

Prolongement

1. Dans ce cas, l'allocation du mois de février serait le double de $75\,\$$, soit $150\,\$$, et celle du mois de janvier serait le double de $150\,\$$, soit $300\,\$$. À la fin du mois de mars, Safia aurait déjà reçu $300\,\$ + 150\,\$ + 75\,\$$, soit $525\,\$$, ce qui est supérieur à l'allocation annuelle de l'option 1.

Problème 3

a) On remplit le tableau. On voit qu'après 10 s, une distance de 140 m sépare Charlot de Léo.

b) Puisque Charlot parcourt 7 m par seconde et que Léo parcourt 5 m par seconde, Charlot se rapproche de 2 m à chaque seconde. Pour combler l'espace de 160 m qui les sépare, Charlot doit mettre 80 secondes (car $160 \div 2 = 80$). Donc, Charlot rattrapera Léo dans 80 secondes. En 80 secondes, Charlot aura parcouru une distance de 560 m (car $7 \times 80 = 560$).

c) En 80 s, Léo parcourra 400 m (car $80 \times 5 = 400$). Puisque la forêt est à 400 m de lui, il atteindra la forêt exactement au même moment que Charlot. Si Léo réussit à se cacher très vite, il pourra s'en sauver !

Temps (s)	Distance totale parcourue		Espace entre eux
	Charlot	Léo	
0	7 m	5 m	160 m
1	14 m	10 m	158 m
2	21 m	15 m	156 m
3	28 m	20 m	154 m
4	35 m	25 m	152 m
5	42 m	30 m	150 m
6	49 m	35 m	148 m
7	56 m	40 m	146 m
8	63 m	45 m	144 m
9	70 m	50 m	142 m
10	77 m	55 m	140 m

Problème 4

a) On a 20 + 21 = 41, 21 + 22 = 43 et 23 + 24 = 47. Chaque somme est un nombre impair. La somme de deux entiers consécutifs est toujours impaire, puisqu'on l'obtient toujours en additionnant un nombre pair et un nombre impair. Puisque 58 est pair, il ne peut être la somme de deux entiers consécutifs.

b) On a 16 + 17 +18 = 51 et 23 + 24 + 25 = 72. Chaque somme est divisible par 3 et elle est égale à 3 fois le nombre du milieu ($51 = 3 \times 17$ et $72 = 3 \times 24$). C'est vrai pour n'importe quelle somme de trois entiers consécutifs. Par exemple, $20 + 21 + 22$. Avant d'additionner, on peut soustraire 1 du nombre 22 et l'ajouter au nombre 20, sans changer la somme des trois nombres :

$$\overset{+1}{20} + 21 + \overset{-1}{22}$$

On obtient ainsi $21 + 21 + 21$, ou 3×21.
Donc, $20 + 21 + 22 = 3 \times 21$, c'est-à-dire que $63 = 20 + 21 + 22$.

c) Puisque 58 n'est pas divisible par 3, il ne peut être égal à la somme de trois entiers consécutifs. (On peut aussi procéder par essais systématiques et constater que :

$$16 + 17 + 18 = 51$$

$$17 + 18 + 19 = 54$$

$$18 + 19 + 20 = 57$$

$$19 + 20 + 21 = 60$$

Donc, les sommes peuvent égaler 51, 54, 57 et 60, mais pas 58.)

d) Par tâtonnements, on obtient $58 = 13 + 14 + 15 + 16$.

Prolongement

1. On peut explorer les sommes de 5 entiers consécutifs. Par essais systématiques, on obtient :

$$\vdots$$

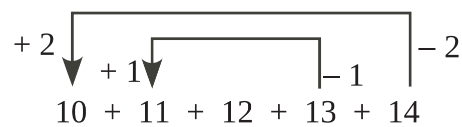
$$8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 50$$

$$9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 55$$

$$10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 60$$

$$\vdots$$

Donc, la somme de cinq entiers consécutifs peut être égale à 50, 55 ou 60, mais pas à un nombre entre 55 et 60, comme 58.
La somme de cinq entiers consécutifs est toujours divisible par 5, car elle toujours égale à 5 fois le nombre du milieu. Par exemple, on considère $10 + 11 + 12 + 13 + 14$. Avant d'additionner, on peut soustraire 1 du nombre 13 et l'ajouter au nombre 11, sans changer la somme. On peut aussi soustraire 2 du nombre 14 et l'ajouter au nombre 10, sans changer la somme :



On obtient ainsi $12 + 12 + 12 + 12 + 12$, ou 5×12.
Donc, $10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 5 \times 12$.

On peut aussi explorer les sommes de 6 entiers consécutifs par essais systématiques :

$$\vdots$$

$$6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 51$$

$$7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 57$$

$$8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 63$$

$$\vdots$$

On voit que la somme de six entiers consécutifs ne peut pas être égale à 58.
On peut aussi conclure, comme dans la partie c), que la somme des trois premiers entiers doit être divisible par 3, de même que la somme des trois derniers entiers. Donc, la somme des six entiers consécutifs doit aussi être divisible par 3. Puisque 58 n'est pas divisible par 3, il ne peut pas être égal à la somme de six entiers consécutifs.

On peut aussi montrer que la somme de huit, neuf ou dix entiers consécutifs ne peut pas être égale à 58. Or, la plus petite somme possible que l'on peut former avec onze entiers consécutifs est égale à $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11$, ou 66, ce qui est trop grand. Il n'y a donc plus d'autres possibilités. Donc, il n'y a qu'une seule façon d'écrire 58 comme une somme d'entiers consécutifs, soit comme dans la partie d).

Problème 5

On utilise les indices de façon séquentielle pour déterminer petit à petit le diamètre de chaque perle. Lorsqu'on a trouvé le diamètre d'une perle, on place un ✓ à l'endroit approprié. On peut ensuite placer un ✗ dans toutes les cases de la même colonne et de la même rangée. Voici les étapes du raisonnement. Les numéros de l'étape accompagnent les ✓ et les ✗ dans le tableau.

1. L'indice 1 nous dit de placer un ✗1 dans la première case de la 2e rangée. L'indice 2 nous dit de placer ✓1 dans la dernière case de la 1re rangée. (On place donc un ✗1 dans le reste de la 1re rangée et dans le reste de la dernière colonne.)
2. L'indice 4 nous dit de placer un ✗2 dans les deux dernières cases de la 3e colonne (celle de 0,7). L'indice 3 nous dit de placer deux autres ✗2 dans la dernière rangée et deux autres dans l'avant-dernière rangée, soit dans la 1re colonne (celle de 0,5) et dans la 5e colonne (celle de 0,9), car le diamètre d'une des perles blanches a 0,2 cm de plus que celui de l'autre perle blanche.
3. Les deux perles blanches doivent donc avoir un diamètre de 0,6 cm ou de 0,8 cm. Donc, la petite perle blanche a un diamètre de 0,6 cm et la grosse perle blanche a un diamètre de 0,8 cm. On place donc un ✓3 aux deux endroits appropriés dans le tableau. De plus, on place un ✗3 ailleurs dans les deux dernières lignes, ainsi que dans les 2e et 4e colonnes.
4. L'indice 5 nous dit que la petite perle bleue ne peut mesurer 0,9 cm. Elle doit donc mesurer 0,7 cm. On place donc un ✓4 dans la case appropriée et on place des ✗4 dans le reste de la 2e ligne, ainsi que dans le reste de la 3e colonne.
5. Il ne reste que deux choix. La grosse perle verte a donc une longueur de 0,9 cm et la petite perle verte a une longueur de 0,5 cm. On place donc des ✓5 et des ✗5 aux endroits appropriés.

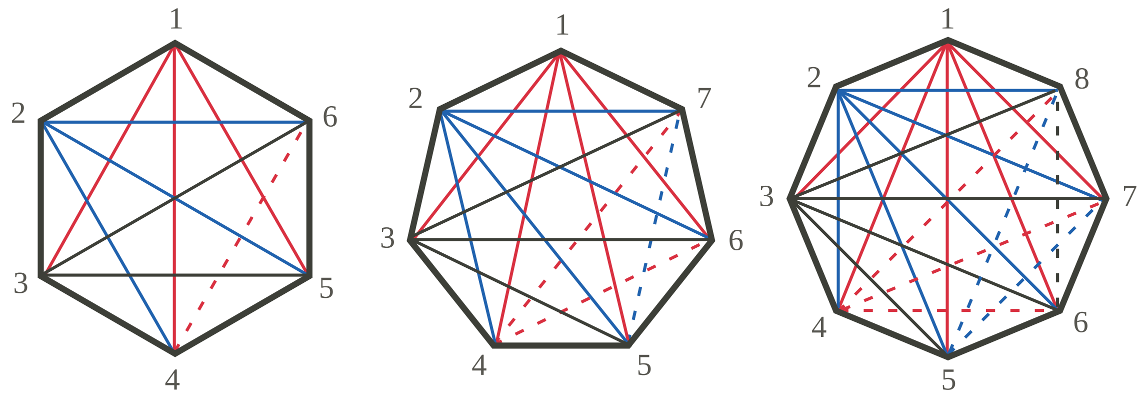
Couleur \ Diamètre (cm)	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Grosse bleue	✗1	✗1	✗1	✗1	✗1	✓1
Petite bleue	✗1	✗3	✓4	✗3	✗4	✗1
Grosse verte	✗5	✗3	✗4	✗3	✓5	✗1
Petite verte	✓5	✗3	✗4	✗3	✗5	✗1
Grosse blanche	✗2	✗3	✗2	✓3	✗2	✗1
Petite blanche	✗2	✓3	✗2	✗3	✗2	✗1

Prolongement

1. Sans le dernier indice, la petite perle bleue pourrait mesurer 0,7 cm, comme dans la solution précédente, ou 0,9 cm. Dans ce dernier cas, la petite perle verte mesurerait 0,5 cm et la grande perle verte mesurerait 0,7 cm. Le problème aurait donc deux solutions possibles.

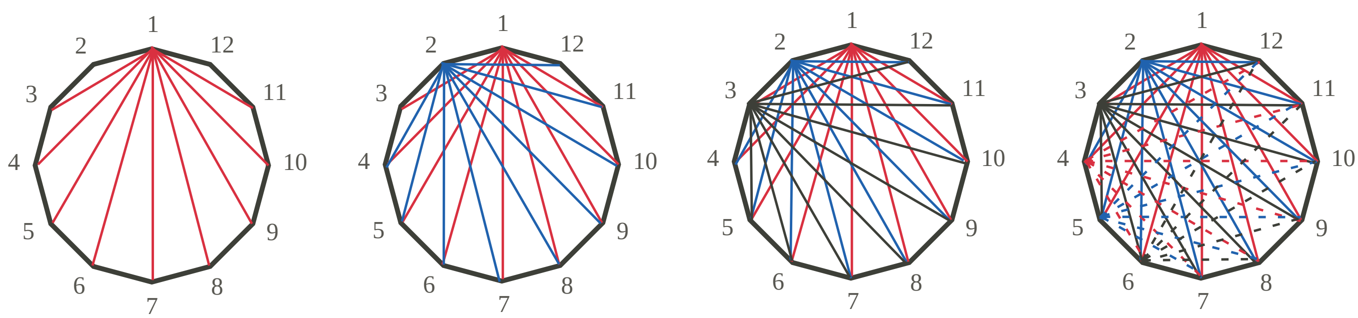
Problème 6

a), b), c) Hexagone : Comme on le voit ci-dessous, le nombre de diagonales est égal à $3+3+2+1$, ou 9.
Heptagone : Le nombre de diagonales est égal à $4+4+3+2+1$, ou 14.
Octogone : Le nombre de diagonales est égal à $5+5+4+3+2+1$, ou 20.
(Voir l'explication plus détaillée donnée dans les Indices et suggestions pour le problème 6.)



Hexagone Heptagone Octogone

d) En suivant la méthode utilisée pour l'octogone, il y a 9 (soit $12-3$) diagonales qui partent de chacun des deux premiers sommets du dodécagone (en rouge et en bleu dans les figures ci-dessous), 8 qui partent du sommet 3 (en noir), 7 qui partent du sommet 4 (lignes à traits rouges dans la dernière figure ci-dessous), 6 qui partent du sommet 5 (ligne à tirets bleus dans la dernière figure ci-dessous), 5 qui partent du sommet 6 (lignes à tirets noirs dans la dernière figure ci-dessous) et ainsi de suite, pour un total de $9+9+8+7+6+5+4+3+2+1$, ou 54 diagonales.



Diagonales à partir du sommet 1 (9) — Diagonales à partir des sommets 1 et 2 (9+9) — Diagonales distinctes à partir des sommets 1, 2 et 3 (9+9+8) — Diagonales distinctes à partir des sommets 1 à 6 (9+9+8+7+6+5)

Prolongement

1. Si un polygone non régulier a le même nombre de sommets qu'un polygone régulier, les deux auront le même nombre de diagonales, puisqu'à chaque sommet correspondant, on pourra tracer le même nombre de diagonales.