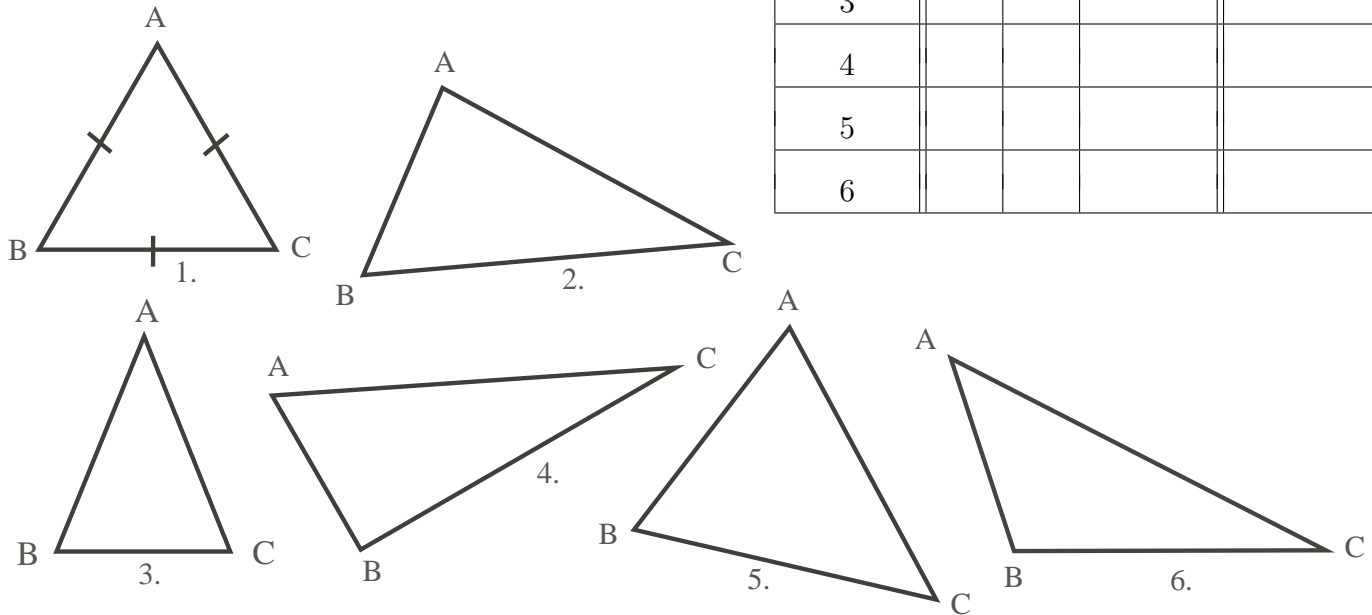


### Problème

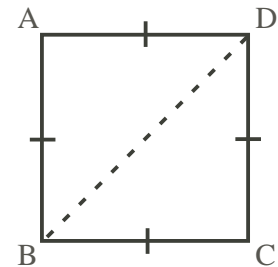
**Polygones: Combien de degrés à chaque angle?**  
 (Pour des groupes de deux élèves ou plus)

a) Voici six triangles. Mesure les angles aux sommets A, B et C de chaque triangle. Calcule ensuite la somme des mesures des angles de chaque triangle et inscris les résultats dans le tableau. D'après ces résultats, que peut-on conclure au sujet de la somme des mesures des angles d'un triangle?

Triangle	Mesures des angles			Somme des mesures
	A	B	C	
1	60°	60°	60°	
2				
3				
4				
5				
6				

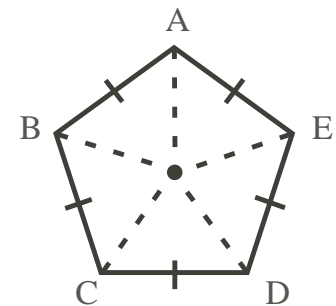
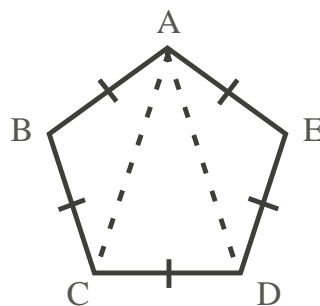


b) Utilise les résultats de la partie a) pour montrer que la somme des mesures des angles aux sommets A, B, C et D du carré ci-contre est égale à 360°.



c) (i) Les figures ci-dessous suggèrent deux façons de s'y prendre pour déterminer la somme des mesures des angles aux sommets d'un pentagone régulier. Montre qu'on obtient la même somme si on utilise l'une ou l'autre de ces façons. (Rappel: Un angle plein (dont les côtés sont superposés) mesure 360°. Donc, les mesures des cinq angles au centre de la figure de droite ont une somme de 360°.)

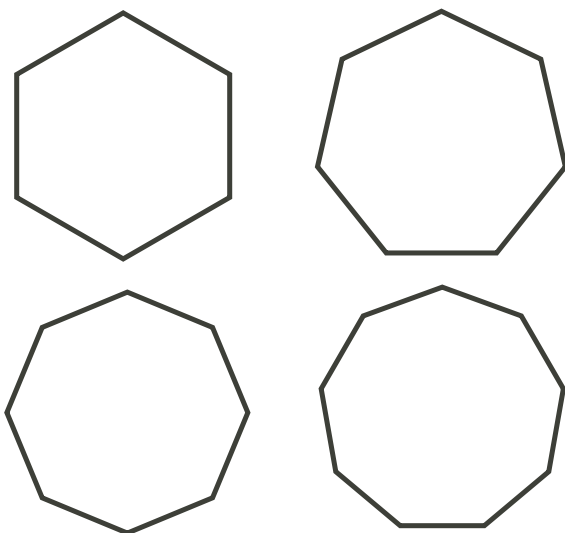
**Glossaire**  
 Polygone régulier :  
 polygone dont les  
 côtés sont congrus  
 et les angles sont  
 congrus



(ii) Quelle est la mesure de chaque angle d'un pentagone régulier? Comment le sais-tu?

d) (i) Voici quatre autres polygones réguliers.

Détermine la somme des mesures des angles aux sommets, ainsi que la mesure de l'angle à chaque sommet. Inscris tes résultats dans le tableau, pour des polygones réguliers de 6, 7, 8 et 9 côtés.

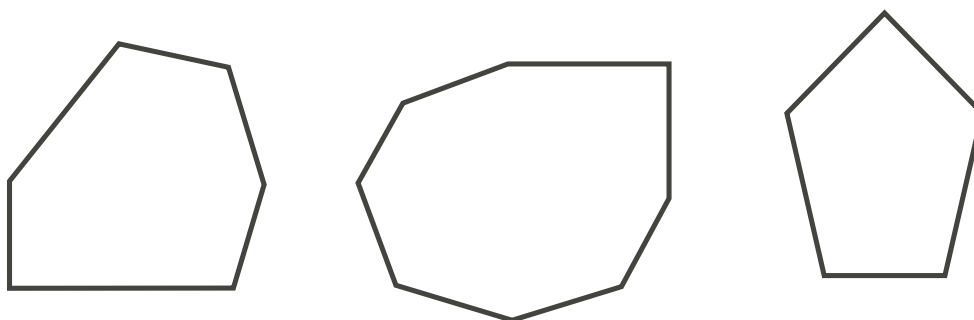


N <sup>bre</sup> de côtés	Somme des mesures d'angles	Mesure d'un angle
3	180°	60°
4	360°	90°
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

(ii) Trouve une régularité dans le tableau. Utilise-la ensuite pour prédire les résultats pour des polygones réguliers de 10, de 11 et de 12 côtés.

**Prolongement**

1. Supposons que les polygones des parties a) à e) n'étaient pas réguliers, c'est-à-dire que leurs côtés n'étaient pas congrus et que leurs angles n'étaient pas congrus. Laquelle des deux colonnes du tableau ne changerait pas? Tu peux expérimenter avec les polygones non réguliers suivants.



## Indices

*Suggestions:* Cette activité fonctionne mieux si les élèves travaillent en petits groupes avec une certaine direction de l'enseignante ou de l'enseignant. Voici quelques suggestions.

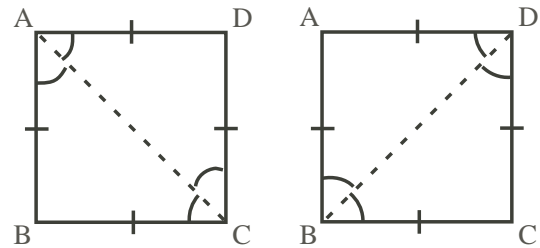
1. Pour la partie a), diviser la classe en 6 groupes et demander aux élèves d'un même groupe de mesurer les angles d'un même triangle. Cueillir les données des groupes et s'assurer que la somme des mesures soit égale à  $180^\circ$ . Si le sujet a déjà été vu en classe, on peut en faire une brève révision.
2. Dans la partie b), demander « Si on trace une diagonale d'un carré, quelles figures apparaissent? ».
3. Dans la partie c), demander à la moitié des groupes d'utiliser une méthode et à l'autre moitié d'utiliser la deuxième. Ils peuvent ensuite partager leurs résultats avec la classe.
4. Dans la partie d)(i), donner une figure par groupe et regrouper les résultats de manière à remplir les 9 premières lignes du tableau. Animer une discussion sur la régularité, ainsi que sur leurs prédictions quant aux dernières lignes du tableau.

## Solution

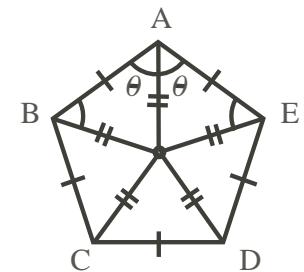
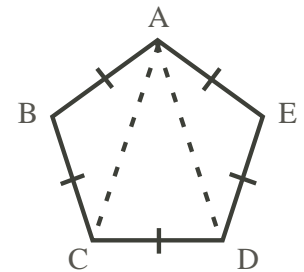
- a) Dans chaque triangle, la somme des mesures d'angles sera égale à  $180^\circ$ , à moins d'erreurs de mesure.  
Les réponses des élèves devraient correspondre à celles du tableau ci-contre.

Triangle	Mesures des angles			Somme des mesures
	A	B	C	
1	$60^\circ$	$60^\circ$	$60^\circ$	$180^\circ$
2	$83^\circ$	$63^\circ$	$34^\circ$	$180^\circ$
3	$42^\circ$	$69^\circ$	$69^\circ$	$180^\circ$
4	$64^\circ$	$90^\circ$	$26^\circ$	$180^\circ$
5	$65^\circ$	$65^\circ$	$50^\circ$	$180^\circ$
6	$45^\circ$	$108^\circ$	$27^\circ$	$180^\circ$

- b) On trace une ou l'autre diagonale, ce qui divise le carré en deux triangles congruents. Comme dans la partie a), les mesures d'angles de chaque triangle ont une somme de  $180^\circ$ , pour un total de  $360^\circ$ .  
*Remarque:* Puisque les diagonales sont des axes de symétrie du carré, les diagonales coupent les coins en deux angles de  $45^\circ$ .

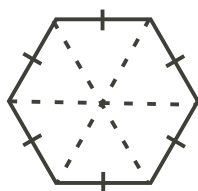


- c) (i) Dans la première figure ci-contre, on a découpé le pentagone en trois triangles. Dans chaque triangle, la somme des mesures d'angles est égale à  $180^\circ$ . Donc dans le pentagone, on a  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$   
 $= (\angle BAC + \angle B + \angle BCA) + (\angle ACD + \angle CDA + \angle CAD) + (\angle ADE + \angle E + \angle EAD) = 3 \times 180^\circ = 540^\circ$ .  
 Dans la deuxième figure ci-contre, on a découpé le pentagone en cinq triangles. Dans chaque triangle, la somme des mesures d'angles est égale à  $180^\circ$ , pour un total de  $5 \times 180^\circ$ , ou  $900^\circ$ . Or, les cinq angles au centre forment un angle plein, c'est-à-dire un angle de  $360^\circ$ . Donc, aux sommets du pentagone, les mesures d'angles ont une somme de  $900^\circ - 360^\circ$ , ou  $540^\circ$ .

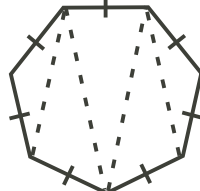


- (ii) Puisque les cinq angles d'un pentagone régulier sont congrus et que la somme des mesures d'angles est de  $540^\circ$ , chaque angle mesure  $540^\circ \div 5$ , ou  $108^\circ$ .

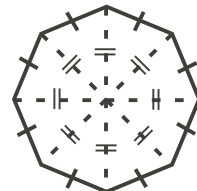
- d) (i) On peut découper chaque polygone régulier en triangles selon une des deux façons utilisées dans la partie c). Trois exemples sont donnés dans la figure ci-dessous.



Hexagone



Heptagone



Octogone

- (ii) Chaque fois que l'on augmente le nombre de côtés de 1, la somme des mesures d'angles augmente de  $180^\circ$ . Donc, pour des polygones réguliers de 10, de 11 et de 12 côtés, les mesures d'angles ont une somme respective de  $1440^\circ$ , de  $1620^\circ$  et de  $1800^\circ$ .

N <sup>bre</sup> de côtés	Somme des mesures d'angles	Mesure d'un angle
3	$180^\circ$	$60^\circ$
4	$360^\circ$	$90^\circ$
5	$540^\circ$	$108^\circ$
6	$720^\circ$	$120^\circ$
7	$900^\circ$	$128\frac{4}{7}^\circ$
8	$1080^\circ$	$135^\circ$
9	$1260^\circ$	$140^\circ$
10	$1440^\circ$	$144^\circ$
11	$1620^\circ$	$147\frac{3}{11}^\circ$
12	$1800^\circ$	$150^\circ$

### Prolongement

1. Dans chaque cas, on peut découper le polygone irrégulier en utilisant la première méthode. Puisque les angles ne seront pas nécessairement congrus, leurs mesures ne seront pas nécessairement égales. Seule la colonne représentant la somme des mesures d'angles ne changera pas.