

Problème

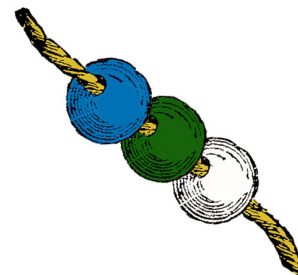
Ekaterina confectionne un bracelet en utilisant des perles de diverses couleurs. Au centre du bracelet, elle a placé six perles spéciales, soit deux bleues, deux vertes et deux blanches. Les perles ont toutes un diamètre différent, soit de 0,5 cm, 0,6 cm, 0,7 cm, 0,8 cm, 0,9 cm ou 1,0 cm. Utilise le tableau et les indices suivants pour déterminer la couleur de chaque grandeur de perle.

Diamètre (cm) \ Couleur	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Grosse bleue						
Petite bleue						
Grosse verte						
Petite verte						
Grosse blanche						
Petite blanche						

1. La plus petite perle n'est pas bleue.
2. La plus grande perle est bleue.
3. Le diamètre d'une perle blanche a 0,2 cm de plus que celui de l'autre perle blanche.
4. La perle qui a un diamètre de 0,7 cm n'est pas blanche.
5. Les diamètres des perles bleues diffèrent de plus de 0,1 cm.

Prolongement

1. Si on avait donné les quatre premiers indices seulement, combien y aurait-il de solutions?



Indices

1^{er} indice - La perle de 0,9 cm peut-elle être bleue? Pourquoi?

1^{er} indice - La perle de 0,5 cm peut-elle être blanche? Pourquoi?

1^{er} indice - La perle de 0,9 cm peut-elle être blanche? Pourquoi?

Suggestions

1. Suggérer aux élèves d'utiliser les indices pour remplir le tableau en écrivant un \checkmark si c'est vrai ou un \times si c'est faux. Au début, certaines cases du tableau ne pourront pas être remplies, mais à mesure que des cases se remplissent, cela ajoute des indices par rapport au contenu d'autres cases, jusqu'à ce que graduellement, toutes les cases soient remplies.
2. On peut faire faire le travail en petits groupes, ce qui peut générer de bonnes discussions. Il est très utile pour les élèves d'apprendre à expliquer leur raisonnement aux autres.

Solution

On utilise les indices de façon séquentielle pour déterminer petit à petit le diamètre de chaque perle. Lorsqu'on a trouvé le diamètre d'une perle, on place un \checkmark à l'endroit approprié. On peut ensuite placer un \times dans toutes les cases de la même colonne et de la même rangée. Voici les étapes du raisonnement. Les numéros de l'étape accompagnent les \checkmark et les \times dans le tableau.

1. L'indice 1 nous dit de placer un \times 1 dans la première case de la 2^e rangée. L'indice 2 nous dit de placer \checkmark 1 dans la dernière case de la 1^{re} rangée. (On place donc un \times 1 dans le reste de la 1^{re} rangée et dans le reste de la dernière colonne.)
2. L'indice 4 nous dit de placer un \times 2 dans les deux dernières cases de la 3^e colonne (celle de 0,7). L'indice 3 nous dit de placer deux autres \times 2 dans la dernière rangée et deux autres dans l'avant-dernière rangée, soit dans la 1^{re} colonne (celle de 0,5) et dans la 5^e colonne (celle de 0,9), car le diamètre d'une des perles blanches a 0,2 cm de plus que celui de l'autre perle blanche.
3. Les deux perles blanches doivent donc avoir un diamètre de 0,6 cm ou de 0,8 cm. Donc, la petite perle blanche a un diamètre de 0,6 cm et la grosse perle blanche a un diamètre de 0,8 cm. On place donc un \checkmark 3 aux deux endroits appropriés dans le tableau. De plus, on place un \times 3 ailleurs dans les deux dernières lignes, ainsi que dans les 2^e et 4^e colonnes.
4. L'indice 5 nous dit que la petite perle bleue ne peut mesurer 0,9 cm. Elle doit donc mesurer 0,7 cm. On place donc un \checkmark 4 dans la case appropriée et on place des \times 4 dans le reste de la 2^e ligne, ainsi que dans le reste de la 3^e colonne.
5. Il ne reste que deux choix. La grosse perle verte a donc une longueur de 0,9 cm et la petite perle verte a une longueur de 0,5 cm. On place donc des \checkmark 5 et des \times 5 aux endroits appropriés.

Diamètre (cm) \ Couleur	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Grosse bleue	\times 1	\times 1	\times 1	\times 1	\times 1	\checkmark 1
Petite bleue	\times 1	\times 3	\checkmark 4	\times 3	\times 4	\times 1
Grosse verte	\times 5	\times 3	\times 4	\times 3	\checkmark 5	\times 1
Petite verte	\checkmark 5	\times 3	\times 4	\times 3	\times 5	\times 1
Grosse blanche	\times 2	\times 3	\times 2	\checkmark 3	\times 2	\times 1
Petite blanche	\times 2	\checkmark 3	\times 2	\times 3	\times 2	\times 1

Prolongement

1. Sans le dernier indice, la petite perle bleue pourrait mesurer 0,7 cm, comme dans la solution précédente, ou 0,9 cm. Dans ce dernier cas, la petite perle verte mesurerait 0,5 cm et la grande perle verte mesurerait 0,7 cm. Le problème aurait donc deux solutions possibles.