



Problema de la Semana

Problema D y Solución

Sin Cincos

Problema

Bob enumera los números enteros positivos, en orden, excluyendo todos los múltiplos de 5. Su lista resultante es

$$1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, \dots$$

Si el n -ésimo entero en la lista de Bob es 2023, ¿cuál es el valor de n ?

Solución

Solución 1

Tengamos en cuenta que 2023 es tan solo dos números antes de 2025, que es un múltiplo de 5.

A partir del 1, 2025 es el 405-ésimo múltiplo de 5, ya que $\frac{2025}{5} = 405$. Es decir, los enteros del 1 a 2025 contienen 405 grupos de 5 enteros.

Cada uno de estos 405 grupos contiene un entero que es un múltiplo de 5, por lo que Bob omite 406 enteros (incluido 2024) en la lista de todos los enteros desde 1 hasta 2025. Si el n -ésimo entero en la lista de Bob es 2023, entonces $n = 2025 - 406 = 1619$.

Solución 2

Tengamos en cuenta que 2023 es tan solo dos números antes de 2025, que es un múltiplo de 5.

A partir de 1, 2025 es el 405-ésimo múltiplo de 5, ya que $\frac{2025}{5} = 405$. Es decir, los enteros del 1 a 2025 contienen 405 grupos de 5 enteros.

En la lista de enteros de Bob, él omite los enteros que son múltiplos de 5, y así en cada grupo de cinco enteros, Bob cuenta cuatro de estos enteros. Sin embargo, él tampoco cuenta 2024. Por lo tanto, si el n -ésimo entero en la lista de Bob es 2023, entonces $n = 405 \times 4 - 1 = 1619$.